

Exercice [0099] | 1 | Sous-espace vectoriel de \mathbb{R}^3

On admet que le sous-ensemble F de \mathbb{R}^3 défini par :

$$F = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3, x + y - z = 0\}$$

est un sous-espace vectoriel de \mathbb{R}^3 .

Déterminer une famille génératrice de F .

Pistes de réflexion

— Il s'agira d'exploiter la caractérisation des éléments de F en la traduisant sous forme d'un système de conditions qui permettra de voir les 4-uplets d'éléments de F comme combinaison linéaire de vecteurs de \mathbb{R}^4 qui devront appartenir à F .

Éléments de correction

Par définition de F , on a :

$$\begin{aligned} ((x, y, z) \in F) &\Leftrightarrow \begin{cases} x + y - z = 0 \\ x = -y + z \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = -y + z \\ y = y \\ z = z \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = -y + z \\ y = y + 0z \\ z = 0y + z \end{cases} \\ &\Leftrightarrow ((x, y, z) = y(-1, 1, 0) + z(1, 0, 1)) \\ &\Leftrightarrow ((x, y, z) \in \text{Vect}((-1, 1, 0), (1, 0, 1))) \end{aligned}$$

et ainsi $F = \text{Vect}((-1, 1, 0), (1, 0, 1))$ ce qui nous donne une famille génératrice.