Exercice| [5163] | 1| Limite de suites

(1). Déterminer la limite de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ donnée par : $\forall n \in \mathbb{N},\ u_n = 3^n - \mathrm{e}^{\,n}$

(2). Déterminer la limite de la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ donnée par : $\forall n \in \mathbb{N},\ v_n = 2^n - \mathrm{e}^{\,n}$

(3). Déterminer la limite de la suite $(w_n)_{n\in\mathbb{N}}$ donnée par : $\forall n \in \mathbb{N},\ w_n = \mathrm{e}^{\,2n} - 9^n$

Pistes de réflexion

(1). On procèdera à une factorisation pour faire apparaître une suite géométrique. . .

(2). On procèdera à une factorisation pour faire apparaître une suite géométrique. . .

(3). On procèdera à une factorisation pour faire apparaître une suite géométrique. . .

Éléments de correction

(1). En factorisant il vient que : $\forall n \in \mathbb{N},\ u_n = 3^n\left(1 - \left(\frac{\mathrm{e}}{3}\right)^n\right)$

Comme $\left|\frac{\mathrm{e}}{3}\right| < 1$, il vient que $\left(\frac{\mathrm{e}}{3}\right)^n \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} 0$.

Comme $3 > 1$, il vient que $3^n \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} +\infty$.

Ainsi, par produit $u_n \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} +\infty$.

(2). En factorisant il vient que : $\forall n \in \mathbb{N},\ u_n = 2^n\left(1 - \left(\frac{\mathrm{e}}{2}\right)^n\right)$

Comme $\left|\frac{\mathrm{e}}{2}\right| > 1$, il vient que $\left(\frac{\mathrm{e}}{2}\right)^n \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} +\infty$.

Comme $3 > 1$, il vient que $3^n \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} -\infty$.

Ainsi, par produit $u_n \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} -\infty$.

(3). En factorisant il vient que : $\forall n \in \mathbb{N},\ u_n = 9^n\left(\left(\frac{\mathrm{e}^{\,2}}{9}\right)^n - 1\right)$

Comme $\left|\frac{\mathrm{e}^{\,2}}{9}\right| < 1$, il vient que $\left(\frac{\mathrm{e}^{\,2}}{9}\right)^n \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} 0$.

Comme $9 > 1$, il vient que $9^n \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} -\infty$.

Ainsi, par produit $u_n \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} -\infty$.