

Exercice [5089] | 1 | Conjecturer une expression

On considère les matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$. Compléter les calques de calculs ci-dessous pour conjecturer une expression de A^n et B^n en fonction de n .

	$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$				
	Expression de A^n :			

	$\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$				
	Expression de B^n :			

Éléments de correction

	$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 4 & 4 \\ 4 & 4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 8 & 8 \\ 8 & 8 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 16 & 16 \\ 16 & 16 \end{pmatrix}$
	Expression de A^n :			
	$\begin{pmatrix} 2^{n-1} & 2^{n-1} \\ 2^{n-1} & 2^{n-1} \end{pmatrix}$			

	$\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 8 & 8 \\ 8 & 8 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 32 & 32 \\ 32 & 32 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 128 & 128 \\ 128 & 128 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 512 & 512 \\ 512 & 512 \end{pmatrix}$
	Expression de B^n :			
	$\begin{pmatrix} 2^{2n-1} & 2^{2n-1} \\ 2^{2n-1} & 2^{2n-1} \end{pmatrix}$			

Pistes de réflexion

- Il s'agira simplement d'utiliser ce calque de calcul pour observer la forme des premières puissances de A pour conjecturer une forme pour A^n ...
- qu'il conviendrait ensuite de démontrer à l'aide d'un raisonnement par récurrence.