

## Exercice [0503] | 1 | Expression

Soit  $f : x \mapsto \left(\frac{e^x + e^{-x}}{2}\right)^2 - \left(\frac{e^x - e^{-x}}{2}\right)^2$ .  
Écrire  $f(x)$  le plus simplement possible.

## Pistes de réflexion

- On développera les deux termes de l'expression définissant  $f$ , en simplifiant au mieux les différents termes obtenus.

## Éléments de correction

La fonction  $f$  est clairement définie sur  $\mathbb{R}$ . Un calcul direct donne que :

$$\begin{aligned}
 \forall x \in \mathbb{R}, f(x) &= \frac{(e^x + e^{-x})^2}{2^2} - \frac{(e^x - e^{-x})^2}{2^2} \\
 &= \frac{1}{4} \left( (e^x + e^{-x})^2 - (e^x - e^{-x})^2 \right) \\
 &= \frac{1}{4} (e^{2x} + 2 \times e^x \times e^{-x} + e^{-2x} - (e^{2x} - 2 \times e^x \times e^{-x} + e^{-2x})) \\
 &= \frac{1}{4} (e^{2x} + 2 + e^{-2x} - e^{2x} + 2 - e^{-2x}) \\
 &= \frac{4}{4} \times 4 \\
 &= 1
 \end{aligned}$$