

EX. 1 | Réf. 5025

$$DL_5(0) \text{ de } x \mapsto \frac{1}{1-x}$$

$$DL_5(0) \text{ de } x \mapsto \frac{1}{1-2x}$$

$$DL_5(0) \text{ de } x \mapsto \frac{1}{1-\frac{x}{2}}$$

$$DL_5(0) \text{ de } x \mapsto \frac{1}{1+x}$$

$$DL_3(0) \text{ de } x \mapsto e^x$$

$$DL_3(0) \text{ de } x \mapsto e^{2x}$$

$$DL_3(0) \text{ de } x \mapsto e^{-x}$$

$$DL_3(0) \text{ de } x \mapsto e^{-\frac{x}{2}}$$

$$DL_4(0) \text{ de } x \mapsto \ln(1+x)$$

$$DL_4(0) \text{ de } x \mapsto \ln(1-x)$$

$$DL_4(0) \text{ de } x \mapsto \ln(1+2x)$$

$$DL_3(0) \text{ de } x \mapsto \ln\left(1-\frac{x}{2}\right)$$

$$DL_3(0) \text{ de } x \mapsto \sqrt{1+x}$$

$$DL_3(0) \text{ de } x \mapsto \sqrt{1-x}$$

$$DL_3(0) \text{ de } x \mapsto \sqrt{1+\frac{x}{2}}$$

$$DL_3(0) \text{ de } x \mapsto \sqrt{1-2x}$$

$$DL_5(0) \text{ de } x \mapsto \sin(x)$$

$$DL_4(0) \text{ de } x \mapsto \cos(x)$$

$DL_5(0)$ de $x \mapsto \sin(2x)$ $DL_4(0)$ de $x \mapsto \cos\left(\frac{x}{4}\right)$ $DL_4(0)$ de $x \mapsto \ln(1+x^2)$ $DL_4(0)$ de $x \mapsto \frac{1}{1+x^2}$ $DL_3(0)$ de $x \mapsto \frac{1}{1-x^3}$ $DL_4(0)$ de $x \mapsto \sin(x^2)$

EX. 1 | Éléments de réflexion | Pistes de recherche | Réf. 5025

On mobilise ses formules de développements limités usuels, puis on obtient le développement limité par composition en tenant compte des ordres.

EX. 1 | Éléments de correction | Réf. 5025

 $DL_5(0)$ de $x \mapsto \frac{1}{1-x}$

$$\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5 + o_{x \rightarrow 0}(x^5)$$

 $DL_5(0)$ de $x \mapsto \frac{1}{1-2x}$

$$\frac{1}{1-2x} = 1 + 2x + 4x^2 + 8x^3 + 16x^4 + 32x^5 + o_{x \rightarrow 0}(x^5)$$

 $DL_5(0)$ de $x \mapsto \frac{1}{1-\frac{x}{2}}$

$$\frac{1}{1-\frac{x}{2}} = 1 + \frac{x}{2} + \frac{x^2}{4} + \frac{x^3}{8} + \frac{x^4}{16} + \frac{x^5}{32} + o_{x \rightarrow 0}(x^5)$$

 $DL_5(0)$ de $x \mapsto \frac{1}{1+x}$

$$\frac{1}{1+x} = 1 - x + x^2 - x^3 + x^4 - x^5 + o_{x \rightarrow 0}(x^5)$$

 $DL_3(0)$ de $x \mapsto e^x$

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} + o_{x \rightarrow 0}(x^3)$$

 $DL_3(0)$ de $x \mapsto e^{2x}$

$$e^{2x} = 1 + 2x + 2x^2 + \frac{4x^3}{3} + o_{x \rightarrow 0}(x^3)$$

 $DL_3(0)$ de $x \mapsto e^{-x}$

$$e^{-x} = 1 - x + \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{6} + o_{x \rightarrow 0}(x^3)$$

 $DL_3(0)$ de $x \mapsto e^{-\frac{x}{2}}$

$$e^{-\frac{x}{2}} = 1 - \frac{x}{2} + \frac{x^2}{8} - \frac{x^3}{48} + o_{x \rightarrow 0}(x^3)$$

 $DL_4(0)$ de $x \mapsto \ln(1+x)$

$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + o_{x \rightarrow 0}(x^4)$$

 $DL_4(0)$ de $x \mapsto \ln(1-x)$

$$\ln(1-x) = -x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + o_{x \rightarrow 0}(x^4)$$

$DL_4(0)$ de $x \mapsto \ln(1+2x)$

$$\ln(1+2x) = 2x - 2x^2 + \frac{8x^3}{3} - 4x^4 + o_{x \rightarrow 0}(x^4)$$

 $DL_3(0)$ de $x \mapsto \ln\left(1 - \frac{x}{2}\right)$

$$\ln\left(1 - \frac{x}{2}\right) = -\frac{x}{2} - \frac{x^2}{8} - \frac{x^3}{24} + o_{x \rightarrow 0}(x^4)$$

 $DL_3(0)$ de $x \mapsto \sqrt{1+x}$

$$\sqrt{1+x} = 1 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{16}x^3 + o_{x \rightarrow 0}(x^3)$$

 $DL_3(0)$ de $x \mapsto \sqrt{1-x}$

$$\sqrt{1-x} = 1 - \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}x^2 - \frac{1}{16}x^3 + o_{x \rightarrow 0}(x^3)$$

 $DL_3(0)$ de $x \mapsto \sqrt{1 + \frac{x}{2}}$

$$\sqrt{1 + \frac{x}{2}} = 1 + \frac{x}{4} - \frac{1}{32}x^2 + \frac{1}{128}x^3 + o_{x \rightarrow 0}(x^3)$$

 $DL_3(0)$ de $x \mapsto \sqrt{1-2x}$

$$\sqrt{1-2x} = 1 - x - \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x^3 + o_{x \rightarrow 0}(x^3)$$

 $DL_5(0)$ de $x \mapsto \sin(x)$

$$\sin(x) = x - \frac{x^3}{6} + \frac{x^5}{120} + o_{x \rightarrow 0}(x^5)$$

 $DL_4(0)$ de $x \mapsto \cos(x)$

$$\cos(x) = 1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24} + o_{x \rightarrow 0}(x^4)$$

 $DL_5(0)$ de $x \mapsto \sin(2x)$

$$\sin(2x) = 2x - \frac{4x^3}{3} + \frac{4x^5}{15} + o_{x \rightarrow 0}(x^5)$$

 $DL_4(0)$ de $x \mapsto \cos\left(\frac{x}{4}\right)$

$$\cos\left(\frac{x}{4}\right) = 1 - \frac{x^2}{32} + \frac{x^4}{6144} + o_{x \rightarrow 0}(x^4)$$

 $DL_4(0)$ de $x \mapsto \ln(1+x^2)$

$$\ln(1+x^2) = x^2 - \frac{x^4}{2} + o_{x \rightarrow 0}(x^4)$$

 $DL_4(0)$ de $x \mapsto \frac{1}{1+x^2}$

$$\frac{1}{1+x^2} = 1 - x^2 + x^4 + o_{x \rightarrow 0}(x^4)$$

 $DL_3(0)$ de $x \mapsto \frac{1}{1-x^3}$

$$\frac{1}{1-x^3} = 1 + x^3 + o_{x \rightarrow 0}(x^3)$$

 $DL_4(0)$ de $x \mapsto \sin(x^2)$

$$\sin(x^2) = x^2 + o_{x \rightarrow 0}(x^4)$$