Exercice| [4961] | 1| Équations se ramenant à une équation de degré 1

Les équations suivantes d'inconnue le réel x admettent-elles des solutions ? Si oui, les expliciter.

(1). $(\star_1) : 2x(x-1)+3x=(x-1)(2x-1)$

(2). $(\star_2) : x^2-6x+1=(x-3)(x-4)$

(3). $(\star_3) : 3x+1-(x-1)(2x-3)=(2x+1)(x-1)+2$

(4). $(\star_4) : x(x-1)-x(x+1)=x(x-2)-x(x+2)$

Pistes de réflexion

Pour chacune de ces équations :

— on développera et réduira les deux membres de l'équation ;

— on travaillera les deux membres de sorte à isoler dans le membre de gauche l'inconnue x.

Éléments de correction

(1). Il est immédiat que :

$$\begin{aligned}(2x(x-1)+3x=(x-1)(2x-1)) &\Leftrightarrow \left(2x^2-2x+3x=2x^2-x-2x+1\right)\\ &\Leftrightarrow \left(2x^2+x=2x^2-3x+1\right)\\ &\Leftrightarrow \left(2x^2-2x^2+x+3x=1\right)\\ &\Leftrightarrow (4x=1)\\ &\Leftrightarrow \left(x=\frac{1}{4}\right)\end{aligned}$$

Par conséquent $(\star_1)$ admet une unique solution notée x_0 donnée par : $x_0=\dfrac{1}{4}$.

(2). Il est immédiat que :

$$\begin{aligned}\left(x^2-6x+1=(x-3)(x-4)\right) &\Leftrightarrow \left(x^2-6x+1=x^2-4x-3x+12\right)\\ &\Leftrightarrow \left(x^2-6x+1=x^2-7x+12\right)\\ &\Leftrightarrow \left(x^2-6x-x^2+7x=12-1\right)\\ &\Leftrightarrow (x=11)\end{aligned}$$

Par conséquent $(\star_2)$ admet une unique solution notée x_0 donnée par : $x_0=11$.

(3). Il est immédiat que :

$$\begin{aligned}&(3x+1-(x-1)(2x-3)=(2x+1)(1-x)+2)\\ \Leftrightarrow\ &\left(3x+1-2x^2+3x+2x-3=2x-2x^2+1-x+2\right)\\ \Leftrightarrow\ &\left(-2x^2+8x-2=-2x^2+x+3\right)\\ \Leftrightarrow\ &\left(-2x^2+8x+2x^2-x=3+2\right)\\ \Leftrightarrow\ &(7x=5)\\ \Leftrightarrow\ &\left(x=\frac{5}{7}\right)\end{aligned}$$

Par conséquent $(\star_3)$ admet une unique solution notée x_0 donnée par : $x_0=\dfrac{5}{7}$.

(4). Il est immédiat que :

$$\begin{aligned}&(x(x-1)-x(x+1)=x(x-2)-x(x+2))\\ \Leftrightarrow\ &\left(x^2-x-x^2-x=x^2-2x-x^2-2x\right)\\ \Leftrightarrow\ &(-2x=-4x)\\ \Leftrightarrow\ &(-2x+4x=0)\\ \Leftrightarrow\ &(2x=0)\\ \Leftrightarrow\ &(x=0)\end{aligned}$$

Par conséquent $(\star_4)$ admet une unique solution notée x_0 donnée par : $x_0=0$.