Exercice| [4952] | 1| Résolution d'équations du degré 2

Les équations suivantes d'inconnue le réel x admettent-elles des solutions ? Si oui, les expliciter.

(1). $(\star_1) : x^2+4x-5=0$

(2). $(\star_2) : 2x^2-13x+15=0$

(3). $(\star_3) : 3x^2-6x+3=0$

(4). $(\star_4) : 3x^2-5x+6=0$

(5). $(\star_5) : 3x^2-24x+48=0$

(6). $(\star_6) : -2x^2+x+6=0$

Pistes de réflexion

Pour chacune de ces équations :
- on s'assurera qu'il s'agit bien d'une équation de degré 2 ;
- on explicitera et calculera le discriminant de cette équation ;
- on donnera les solutions de l'équation en ayant au préalable discuté en fonction du signe du discriminant.

Éléments de correction

(1). L'équation $(\star_1)$ est bien une équation de degré 2.
Son discriminant Δ est donné par : $\Delta = 4^2-4\times 1\times(-5) = 16+20 = 36$

Comme $\Delta \geq 0$ et que $\Delta \neq 0$, l'équation $(\star_1)$ admet deux solutions réelles notées x_1 et x_2 données par :

$$x_1 = \frac{-4+\sqrt{36}}{2\times 1} = \frac{-4+6}{2} = \frac{2}{2} = 1 \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-4-\sqrt{36}}{2\times 1} = \frac{-4-6}{2} = \frac{-10}{2} = -5$$

(2). L'équation $(\star_2)$ est bien une équation de degré 2.
Son discriminant Δ est donné par : $\Delta = (-13)^2-4\times 2\times 15 = 169-120 = 49$

Comme $\Delta \geq 0$ et que $\Delta \neq 0$, l'équation $(\star_2)$ admet deux solutions réelles notées x_1 et x_2 données par :

$$x_1 = \frac{-(-13)+\sqrt{49}}{2\times 2} = \frac{13+7}{4} = \frac{20}{4} = 5 \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-(-13)-\sqrt{49}}{2\times 2} = \frac{13-7}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

(3). L'équation $(\star_3)$ est bien une équation de degré 2.
Son discriminant Δ est donné par : $\Delta = (-6)^2-4\times 3\times 3 = 36-36 = 0$

Comme $\Delta \geq 0$ et que $\Delta = 0$, l'équation $(\star_3)$ admet une seule solution réelle notée x_0 donnée par : $x_0 = -\frac{(-6)}{2\times 3} = \frac{6}{6} = 1$

(4). L'équation $(\star_4)$ est bien une équation de degré 2.
Son discriminant Δ est donné par : $\Delta = (-5)^2-4\times 3\times 6 = 25-72 = -47$

Comme $\Delta < 0$, l'équation $(\star_4)$ n'admet pas de solutions réelles.

(5). L'équation $(\star_5)$ est bien une équation de degré 2.
Son discriminant Δ est donné par : $\Delta = (-24)^2-4\times 3\times 48 = 24^2-12\times 2\times 24 = 24\,(24-12\times 2) = 24\times 0 = 0$

Comme $\Delta \geq 0$ et que $\Delta = 0$, l'équation $(\star_5)$ admet une seule solution réelle notée x_0 donnée par : $x_0 = -\frac{(-24)}{2\times 3} = \frac{24}{6} = 4$

(6). L'équation $(\star_6)$ est bien une équation de degré 2.
Son discriminant Δ est donné par : $\Delta = 1^2-4\times(-2)\times 6 = 1+48 = 49$

Comme $\Delta \geq 0$ et que $\Delta \neq 0$, l'équation $(\star_6)$ admet deux solutions réelles notées x_1 et x_2 données par :

$$x_1 = \frac{-1+\sqrt{49}}{2\times(-2)} = \frac{-1+7}{-4} = \frac{6}{-4} = -\frac{3}{2} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-1-\sqrt{49}}{2\times(-2)} = \frac{-1-7}{-4} = \frac{-8}{-4} = 2$$