

Exercice [4895] | 1 | Simplification de quotients

Exprimer le quotient ci-dessous uniquement à l'aide de puissances d'entiers appartenant à $\{2, 3, 5, 7\}$:

$$A = \frac{8 \times (7 \times 5)^5 \times \frac{5^2 \times 7^3}{7^4 \times 5^5} \times (7^{-2})^2}{21^4 \times (2^2 \times 5^3)^{-2}}$$

Pistes de réflexion

On pourra remarquer que $21 = 3 \times 7$ ou que $8 = 2^3$ avant de mobiliser les règles opératoires sur les puissances.

Éléments de correction

Puisque $21 = 3 \times 7$ et $8 = 2^3$, il vient que :

$$\begin{aligned} A &= \frac{2^3 \times 7^5 \times 5^5 \times 5^{2-5} \times 7^{3-4} \times 7^{-2 \times 2}}{(3 \times 7)^4 \times 2^{2 \times (-2)} \times 5^{3 \times (-2)}} \\ &= \frac{2^3 \times 7^5 \times 5^5 \times 5^{-3} \times 7^{-1} \times 7^{-4}}{2^3 \times 7^4 \times 2^{-4} \times 5^{-6}} \\ &= \frac{2^3 \times 7^{5+(-1)+(-4)} \times 5^{5+(-3)}}{2^3 \times 7^0 \times 5^2} \\ &= \frac{2^{-4} \times 3^4 \times 7^4 \times 5^{-6}}{2^3 \times 1 \times 5^2} \\ &= \frac{2^{-4} \times 3^4 \times 7^4 \times 5^{-6}}{2^{3-(-4)} \times 3^{-4} \times 7^{-4} \times 5^{2-(-6)}} \\ &= \frac{2^7 \times 5^8 \times 3^{-4} \times 7^{-4}}{2^7 \times 5^8} \\ &= \frac{3^4 \times 7^4}{3^4 \times 7^4} \end{aligned}$$