

Exercice [4854] | 1 | Effectuer un changement de variable

Calculer l'intégrale  $I = \int_0^1 \frac{e^x}{\sqrt{e^x + 1}} dx$  à l'aide du changement de variable  $t = e^x$ .

Pistes de réflexion

- On commence par gérer les bornes de la nouvelle intégrale.
- Puis de la relation  $t = \dots$ , on détermine une relation entre les éléments différentiels  $dt$  et  $dx$ .
- On met ensuite en forme le changement de variables dans l'intégrale.

Éléments de correction

On effectue le changement de variables  $t = e^x$  qui est bien de classe  $\mathcal{C}^1$  dans l'intégrale  $I =$

$\int_0^1 \frac{e^x}{\sqrt{e^x + 1}} dx$  à l'aide des relations :

$$\begin{aligned} t &= e^x \\ \text{et} \\ dt &= e^x dx \end{aligned}$$

Pour  $x = 0$ , on a  $t = 1$   
 Pour  $x = 1$ , on a  $t = e$

$$\begin{aligned} \text{On obtient donc : } \int_0^1 \frac{e^x}{\sqrt{e^x + 1}} dx &= \int_{0,e}^1 \frac{1}{\sqrt{e^x + 1}} e^x dx \\ &= \int_1^e \frac{1}{\sqrt{t + 1}} dt \\ &= [2\sqrt{t + 1}]_1^e \\ &= 2\sqrt{e + 1} - 2\sqrt{1 + 1} \\ &= 2(\sqrt{e + 1} - \sqrt{2}) \end{aligned}$$