

Exercice [4768] | 1 | Quotients complexes de complexes

Donner la forme algébrique des complexes suivants :

$$(1). z_1 = \frac{1+2i}{(2+i)-5}$$

$$(2). z_2 = 2+i - \frac{1}{1+2i}$$

$$(3). z_3 = 1-3i + \frac{2+i}{3i}$$

$$(4). z_4 = \frac{5i}{2-i - (2-5i)}$$

Pistes de réflexion

— On se rappelle que l'on obtient la forme algébrique d'un quotient de complexes en utilisant le conjugué de son dénominateur.

Éléments de correction

$$\begin{aligned} (1). z_1 &= \frac{1+2i}{2+i-5} \\ &= \frac{1+2i}{1+2i} \\ &= \frac{-3+i}{(1+2i)(-3-i)} \\ &= \frac{(-3+i)(-3-i)}{-3-i-6i-2i^2} \\ &= \frac{-3-i-6i-2i^2}{-3-7i+2} \\ &= \frac{-3-7i+2}{-1-7i} \\ &= \frac{10}{-1-7i} \\ &= -\frac{10}{10} - \frac{7}{10}i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2). z_2 &= 2+i - \frac{1-2i}{(1+2i)(1-2i)} \\ &= 2+i - \frac{1-2i}{1-2i} \\ &= 2+i - \frac{1^2+2^2}{1-2i} \\ &= 2+i - \frac{5}{5} \\ &= 2+i - \frac{1}{5} + \frac{2}{5}i \\ &= \frac{9}{5} + \frac{7}{5}i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3). z_3 &= 1-3i + \frac{2+i}{3i} \\ &= 1-3i + \frac{(2+i)(-3i)}{3i \times (-3i)} \\ &= 1-3i + \frac{-6i-3i^2}{-6i-3i^2} \\ &= 1-3i + \frac{3-6i}{3-6i} \\ &= 1-3i + \frac{9}{3} - \frac{2}{3}i \\ &= \frac{4}{3} - \frac{11}{3}i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (4). z_4 &= \frac{5i}{2-i-2+5i} \\ &= \frac{5i}{5i} \\ &= \frac{4i}{5} \\ &= \frac{4}{5}i \end{aligned}$$