

Développer et simplifier les expressions suivantes :

- (1). $(\sqrt{4 - \sqrt{7}} + \sqrt{4 + \sqrt{7}})^2$
- (2). $(\sqrt{3 - 2\sqrt{2}} + \sqrt{3 + 2\sqrt{2}})^2$
- (3). $(\sqrt{10 - 2\sqrt{5}})^2 + (1 + \sqrt{5})^2$.

Pistes de réflexion

— On mobilise simplement les identités remarquables adéquates, et on mobilise les règles opératoires sur les radicaux.

Éléments de correction

(1). Un calcul direct donne que :

$$\begin{aligned}
 (\sqrt{4 - \sqrt{7}} + \sqrt{4 + \sqrt{7}})^2 &= (\sqrt{4 - \sqrt{7}})^2 + 2\sqrt{4 - \sqrt{7}}\sqrt{4 + \sqrt{7}} + (\sqrt{4 + \sqrt{7}})^2 \\
 &= 4 - \sqrt{7} + 2\sqrt{(4 - \sqrt{7})(4 + \sqrt{7})} + 4 + \sqrt{7} \\
 &= 8 + 2\sqrt{4^2 - (\sqrt{7})^2} \\
 &= 8 + 2\sqrt{16 - 7} \\
 &= 8 + 2\sqrt{9} \\
 &= 8 + 2 \times 3 \\
 &= 8 + 6 \\
 &= 14
 \end{aligned}$$

(2). Un calcul direct donne que :

$$\begin{aligned}
 (\sqrt{3 - 2\sqrt{2}} + \sqrt{3 + 2\sqrt{2}})^2 &= (\sqrt{3 - 2\sqrt{2}})^2 + 2\sqrt{3 - 2\sqrt{2}}\sqrt{3 + 2\sqrt{2}} + (\sqrt{3 + 2\sqrt{2}})^2 \\
 &= 3 - 2\sqrt{2} + 2\sqrt{(3 - 2\sqrt{2})(3 + 2\sqrt{2})} + 3 + 2\sqrt{2} \\
 &= 6 + 2\sqrt{3^2 - (2\sqrt{2})^2} \\
 &= 6 + 2\sqrt{9 - 2^2 \times (\sqrt{2})^2} \\
 &= 6 + 2\sqrt{9 - 4 \times 2} \\
 &= 6 + 2\sqrt{1} \\
 &= 6 + 2 \\
 &= 8
 \end{aligned}$$

(3). Un calcul direct donne que :

$$\begin{aligned}
 (\sqrt{10 - 2\sqrt{5}})^2 + (1 + \sqrt{5})^2 &= 10 - 2\sqrt{5} + 1 + 2 \times 1 \times \sqrt{5} + (\sqrt{5})^2 \\
 &= 10 - 2\sqrt{5} + 1 + 2\sqrt{5} + 5 \\
 &= 16
 \end{aligned}$$