

Exercice [3695] | 1 | Décomposition d'entiers

Déterminer p et q entiers relatifs tels que $2^p \times 5^q = \frac{1}{125\,000}$.

Pistes de réflexion

Il s'agit donc de décomposer en puissances de 2 et de 5 le nombre 125 000 en remarquant par exemple que $125 = 5 \times 25$ ou que $1000 = 10^3$.

Éléments de correction

$$\begin{aligned} \text{On a directement que : } 125\,000 &= \underbrace{5 \times 5 \times 5}_{=125} \times \underbrace{1000}_{=10^3} \\ &= 5^3 \times 10^3 \\ &= 5^3 \times (2 \times 5)^3 \\ &\stackrel{10=2 \times 5}{=} 5^3 \times 2^3 \times 5^3 \\ &= 2^3 \times 5^{3+3} \\ &= 2^3 \times 5^6 \end{aligned}$$

Par suite, il vient que : $\frac{1}{2^3 \times 5^6} = \frac{1}{125\,000}$

et comme on a : $\frac{1}{2^3 \times 5^6} = 2^{-3} \times 5^{-6}$

on en déduit que $\frac{1}{125\,000} = 2^{-3} \times 5^{-6}$.