

Exercice [3693] | 1 | Simplifications de puissances

Simplifier les écritures suivantes :

$$(1). a = \frac{8^{73} \times 3^{31}}{9^{15} \times 2^{220}}$$

$$(2). b = \left( \frac{5^3 \times 2^{-3}}{4 \times 25} \right)^2$$

$$(3). c = \frac{(3^5 \times 2^{-2})^2}{(9^{-1} \times 2^3)^3}$$

$$(4). d = \left( \frac{2^3 \times 5^{-3}}{4 \times 25} \right)^2 : \frac{10^2 \times 2}{5^8}$$

Pistes de réflexion

- (1). On pourra remarquer dans un premier temps que  $8 = 2^3$  ce qui permettra d'obtenir une écriture de  $8^{73}$  à l'aide d'une puissance de 2, et de même que  $9 = 3^2$  ce qui permettra d'obtenir une écriture de  $9^{15}$  à l'aide d'une puissance de 3.
- (2). Sur le même principe  $25 = 5^2$ .
- (3). Là encore,  $9 = 3^2$ .
- (4). On pourra remarquer que  $25 = 5^2$  et que  $10 = 2 \times 5$ .

Éléments de correction

- (1). Puisque  $8 = 2^3$  et  $9 = 3^2$ , il vient que :

$$\begin{aligned} a &= \frac{(2^3)^{73} \times 3^{31}}{(3^2)^{15} \times 2^{220}} \\ &= \frac{2^{3 \times 73} \times 3^{31}}{2^{3 \times 73} \times 3^{31}} \\ &= \frac{3^{2 \times 15} \times 2^{220}}{2^{219} \times 3^{31}} \\ &= \frac{3^{30} \times 2^{220}}{2^{219-220} \times 3^{31-30}} \\ &= 2^{-1} \times 3^1 \\ &= \frac{1}{2} \times 3 \\ &= \frac{3}{2} \end{aligned}$$

- (2). Puisque  $4 = 2^2$  et  $25 = 5^2$ , il vient :

$$\begin{aligned} b &= \left( \frac{5^3 \times 2^{-3}}{4 \times 25} \right)^2 \\ &= (5^{3-2} \times 2^{-3-2})^2 \\ &= (5^1 \times 2^{-5})^2 \\ &= (5 \times 2^{-5})^2 \\ &= 5^2 \times 2^{-5 \times 2} \\ &= 5^2 \times 2^{-10} \\ &= \frac{5^2}{2^{10}} \end{aligned}$$

- (3). Puisque  $9 = 3 \times 3$ , il vient que :

$$\begin{aligned} c &= \frac{(3^5)^2 \times (2^{-2})^2}{(9^{-1})^3 \times (2^3)^3} \\ &= \frac{3^{5 \times 2} \times 2^{-2 \times 2}}{3^{5 \times 2} \times 2^{-2 \times 2}} \\ &= \frac{9^{-1 \times 3} \times 2^{3 \times 3}}{3^{10} \times 2^{-4}} \\ &= \frac{9^{-3} \times 2^9}{3^{10} \times 2^{-4}} \\ &= \frac{(3^2)^{-3} \times 2^9}{3^{10} \times 2^{-4}} \\ &= \frac{3^{2 \times (-3)} \times 2^9}{3^{10} \times 2^{-4}} \\ &= \frac{3^{-6} \times 2^{-4}}{3^{10-(-6)} \times 2^{-4-9}} \\ &= \frac{3^{-6} \times 2^{-4}}{3^{16} \times 2^{-13}} \\ &= \frac{3^{16}}{2^{13}} \end{aligned}$$

- (4). Puisque  $10 = 2 \times 5$ , il vient que :

$$\begin{aligned} d &= \left( \frac{2^3 \times 5^{-3}}{2^2 \times 5^2} \right)^2 : \frac{(2 \times 5)^2 \times 2}{5^8} \\ &= (2^{3-2} \times 5^{-3-2})^2 : \frac{2^2 \times 5^2 \times 2}{5^8} \\ &= (2^1 \times 5^{-5})^2 : (2^{2+1} \times 5^{2-8}) \\ &= (2 \times 5^{-5})^2 : (2^3 \times 5^{-6}) \\ &= \frac{2^2 \times 5^{-10}}{2^3 \times 5^{-6}} \\ &= \frac{2^3 \times 5^{-6}}{2^2 \times 5^{-10}} \\ &= \frac{2^3 \times 5^{-6}}{2^{2-3} \times 5^{-10-(-6)}} \\ &= \frac{1}{2^{-1} \times 5^{-4}} \\ &= \frac{1}{2 \times 5^4} \end{aligned}$$