

### Exercice [3500] | 1 | Ajuster une probabilité

Une promotion d'étudiants comporte 4 garçons et 6 filles de première année, 6 garçons et  $n$  filles de deuxième année.  
Pour quelle valeur de  $n$ , les événements « être une fille » et « être en première année » sont-ils indépendants ?

#### Pistes de réflexion

- On explicitera la relation permettant de s'assurer que deux événements sont indépendants.
- On calculera ensuite la probabilité des différents événements en supposant qu'il y a équiprobabilité.

#### Éléments de correction

On note :

$A$  : « être une fille »

$P$  : « être en première année »

Dire que  $F$  et  $P$  sont indépendants signifie que  $\mathbb{P}(F \cap P) = \mathbb{P}(F) \times \mathbb{P}(P)$ .

Il est clair que  $\mathbb{P}(P) = \frac{10}{16+n}$ .

De même, on a :  $\mathbb{P}(F) = \frac{6+n}{16+n}$  et  $\mathbb{P}(F \cap P) = \frac{6}{16+n}$ .

$$\begin{aligned} \text{Par suite, il vient que : } (\mathbb{P}(F \cap P) = \mathbb{P}(F) \times \mathbb{P}(P)) &\Leftrightarrow \left( \frac{10}{16+n} \times \frac{6+n}{16+n} = \frac{6}{16+n} \right) \\ &\Leftrightarrow (10(6+n) = 6(16+n)) \\ &\Leftrightarrow (60 + 10n = 96 + 6n) \\ &\Leftrightarrow (4n = 36) \\ &\Leftrightarrow (n = 9) \end{aligned}$$

et par conséquent,  $F$  et  $P$  sont indépendants si, et seulement si,  $n = 9$ .