

Exercice [3426] | 1 | Calcul d'image par une application linéaire

Soit  $f \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$  telle que  $f(1, 0) = 2$  et  $f(0, 1) = -3$ .

Calculer  $f(-1, 2)$  et  $f(3, 4)$ .

Pistes de réflexion

- On décomposera les deux vecteurs  $(-1, 2)$  et  $(3, 4)$  comme combinaison linéaire des vecteurs  $(1, 0)$  et  $(0, 1)$  dont on connaît les images par  $f$ .
- Puis on utilisera la linéarité de  $f$  pour en calculer leurs images.

Éléments de correction

**Calcul de  $f(-1, 2)$  :** on remarque tout d'abord que :  $(-1, 2) = -1 \times (1, 0) + 2 \times (0, 1)$ .

$$\begin{aligned} \text{Ainsi, il vient : } f(-1, 2) &= f(-1 \times (1, 0) + 2 \times (0, 1)) \\ &= -1 \times f(1, 0) + 2 \times f(0, 1) \\ &\stackrel{f \text{ linéaire}}{=} -1 \times 2 + 2 \times (-3) \\ &= -8 \end{aligned}$$

**Calcul de  $f(3, 4)$  :** on remarque tout d'abord que :  $(3, 4) = 3 \times (1, 0) + 4 \times (0, 1)$ .

$$\begin{aligned} \text{Ainsi, il vient : } f(3, 4) &= f(3 \times (1, 0) + 4 \times (0, 1)) \\ &= 3 \times f(1, 0) + 4 \times f(0, 1) \\ &\stackrel{f \text{ linéaire}}{=} 3 \times 2 + 4 \times (-3) \\ &= -6 \end{aligned}$$