

Exercice [3379] | 1 | Retrouver une matrice

Retrouver la matrice A dont l'application linéaire canoniquement associée est l'application :

$$f : \begin{cases} \mathbb{R}^3 & \rightarrow \mathbb{R}^3 \\ (x, y, z) & \mapsto (2x - y + z, x - y - z, -3x - 2y + z) \end{cases}$$

Pistes de réflexion

— Dans le cas présent, il suffit de déterminer une matrice $A \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ telle que le produit

$$AX \text{ où } X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \text{ soit égal à } \begin{pmatrix} 2x - y + z \\ x - y - z \\ -3x - 2y + z \end{pmatrix}.$$

Éléments de correction

On pose $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \\ -3 & -2 & 1 \end{pmatrix}$.

Il est immédiat que : $\forall X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{3,1}(\mathbb{R}), AX = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \\ -3 & -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

$$= \begin{pmatrix} 2x - y + z \\ x - y - z \\ -3x - 2y + z \end{pmatrix}$$

et ainsi, $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \\ -3 & -2 & 1 \end{pmatrix}$ est la matrice de l'application linéaire canoniquement associée à f .