## Exercice [2869] 1 Forme algébrique de quotients

Déterminer la forme algébrique des complexes :

**(1).** $z_1 = \dfrac{4-14\mathrm{i}}{2-2\mathrm{i}}$ ;

**(2).** $z_2 = \dfrac{1}{2+\mathrm{i}} - \dfrac{1}{3-\mathrm{i}}$ ;

**(3).** $z_3 = \dfrac{1-4\mathrm{i}}{1+5\mathrm{i}} - \dfrac{1+4\mathrm{i}}{1-5\mathrm{i}}$ ;

**(4).** $z_4 = \dfrac{1+\mathrm{i}}{1-\mathrm{i}}$ ;

## Pistes de réflexion

- On fera opérer les règles opératoires en se souvent que $\mathrm{i}^2 = -1$.
- On obtiendra la forme algébrique des quotients ou inverses de complexes à l'aide du conjugué de leurs dénominateurs.

## Éléments de correction

**(1).**
$$\begin{aligned} z_1 &= \frac{4-14\mathrm{i}}{2-2\mathrm{i}} \\ &= \frac{(4-14\mathrm{i})(2+2\mathrm{i})}{(2-2\mathrm{i})(2+2\mathrm{i})} \\ &= \frac{8+8\mathrm{i}-28\mathrm{i}-28\mathrm{i}^2}{2^2+2^2} \\ &= \frac{8-20\mathrm{i}+28}{8} \\ &= \frac{36-20\mathrm{i}}{8} \\ &= \frac{36}{8} - \frac{20}{8}\mathrm{i} \\ &= \frac{9}{2} - \frac{5}{2}\mathrm{i} \end{aligned}$$

**(2).**
$$\begin{aligned} z_2 &= \frac{1}{2+\mathrm{i}} - \frac{1}{3-\mathrm{i}} \\ &= \frac{2-\mathrm{i}}{(2+\mathrm{i})(2-\mathrm{i})} - \frac{3+\mathrm{i}}{(3-\mathrm{i})(3+\mathrm{i})} \\ &= \frac{2-\mathrm{i}}{2^2+1^1} - \frac{3+\mathrm{i}}{3^2+1^2} \\ &= \frac{2-\mathrm{i}}{5} - \frac{3+\mathrm{i}}{10} \\ &= \frac{2}{5} - \frac{1}{5}\mathrm{i} - \frac{3}{10} - \frac{1}{10}\mathrm{i} \\ &= \frac{1}{10} - \frac{3}{10}\mathrm{i} \end{aligned}$$

**(3).**
$$\begin{aligned} z_3 &= \frac{1-4\mathrm{i}}{1+5\mathrm{i}} - \frac{1+4\mathrm{i}}{1-5\mathrm{i}} \\ &= \frac{(1-4\mathrm{i})(1-5\mathrm{i})}{(1+5\mathrm{i})(1-5\mathrm{i})} - \frac{(1+4\mathrm{i})(1+5\mathrm{i})}{(1-5\mathrm{i})(1+5\mathrm{i})} \\ &= \frac{1-5\mathrm{i}-4\mathrm{i}+20\mathrm{i}^2}{1^2+5^2} - \frac{1+5\mathrm{i}+4\mathrm{i}+20\mathrm{i}^2}{1^2+5^2} \\ &= \frac{(1-5\mathrm{i}-4\mathrm{i}+20\mathrm{i}^2)-(1+5\mathrm{i}+4\mathrm{i}+20\mathrm{i}^2)}{26} \\ &= \frac{1-5\mathrm{i}-4\mathrm{i}+20\mathrm{i}^2-1-5\mathrm{i}-4\mathrm{i}-20\mathrm{i}^2}{26} \\ &= -\frac{18}{26}\mathrm{i} \\ &= -\frac{9}{13}\mathrm{i} \end{aligned}$$

**(4).**
$$\begin{aligned} z_4 &= \frac{1+\mathrm{i}}{1-\mathrm{i}} \\ &= \frac{(1+\mathrm{i})(1+\mathrm{i})}{(1-\mathrm{i})(1+\mathrm{i})} \\ &= \frac{1+\mathrm{i}+\mathrm{i}+\mathrm{i}^2}{1^2+1^2} \\ &= \frac{1+2\mathrm{i}-1}{2} \\ &= \frac{2\mathrm{i}}{2} \\ &= \mathrm{i} \end{aligned}$$