

Exercice [2643] | 1 | Fonctions paires/impaires

f et g sont deux fonctions définies sur \mathbb{R} où f est une fonction paire, et g est une fonction impaire. Que peut-on dire de la parité des fonctions h dont l'expression est la suivante ?

$$h(x) = f(x)g(x)$$

Paire Impaire Rien

$$h(x) = f(x) \cos(x)$$

Paire Impaire Rien

$$h(x) = f(x) + x^2$$

Paire Impaire Rien

$$h(x) = f(x)g(x) \sin(x)$$

Paire Impaire Rien

$$h(x) = f(x)e^{-x^2}$$

Paire Impaire Rien

$$h(x) = g(x)e^{x^2}$$

Paire Impaire Rien

$$h(x) = x^2 f(x)g(x) \cos(x)$$

Paire Impaire Rien

$$h(x) = |g(x)|$$

Paire Impaire Rien

$$h(x) = f(g(x))$$

Paire Impaire Rien

$$h(x) = g(f(x))$$

Paire Impaire Rien

Éléments de correction

$$h(x) = f(x)g(x)$$

Paire Impaire Rien

$$\begin{aligned} h(-x) &= f(-x) \times g(-x) \\ &= f(x) \times (-g(x)) \\ &= -f(x)g(x) \\ &= -h(x) \end{aligned}$$

$$h(x) = f(x) \cos(x)$$

Paire Impaire Rien

$$\begin{aligned} h(-x) &= f(-x) \times \cos(-x) \\ &= f(x) \times \cos(x) \\ &= h(x) \end{aligned}$$

$$h(x) = f(x) + x^2$$

Paire Impaire Rien

$$\begin{aligned} h(-x) &= f(-x) + (-x)^2 \\ &= f(x) + x^2 \\ &= h(x) \end{aligned}$$

$$h(x) = f(x)e^{-x^2}$$

Paire Impaire Rien

$$\begin{aligned} h(-x) &= f(-x) \times e^{-(-x)^2} \\ &= f(x) \times e^{-x^2} \\ &= h(x) \end{aligned}$$

$$h(x) = g(x)e^{x^2}$$

Paire Impaire Rien

$$\begin{aligned} h(-x) &= g(-x) \times e^{(-x)^2} \\ &= -g(x) \times e^{x^2} \\ &= -h(x) \end{aligned}$$

$$h(x) = f(x)g(x) \sin(x)$$

Paire Impaire Rien

$$\begin{aligned} h(-x) &= f(-x) \times g(-x) \times \sin(-x) \\ &= f(x) \times (-g(x)) \times (-\sin(x)) \\ &= f(x)g(x) \sin(x) \\ &= h(x) \end{aligned}$$

$$h(x) = x^2 f(x)g(x) \cos(x)$$

Paire Impaire Rien

$$\begin{aligned} h(-x) &= (-x)^2 \times f(-x) \times g(-x) \times \cos(-x) \\ &= x^2 \times f(x) \times (-g(x)) \times \cos(x) \\ &= -x^2 f(x)g(x) \cos(x) \\ &= -h(x) \end{aligned}$$

Pistes de réflexion

— Pour chacune des fonctions, proposées, il s'agira de comparer $h(-x)$ et $h(x)$ en essayant d'utiliser au mieux les informations sur f , g ou les autres fonctions qui interviennent.

$$h(x) = |g(x)|$$

Paire Impaire Rien

$$\begin{aligned}h(-x) &= |g(-x)| \\ &= |-g(x)| \\ &= |g(x)| \\ &= h(x)\end{aligned}$$

$$h(x) = f(g(x))$$

Paire Impaire Rien

$$\begin{aligned}h(-x) &= f(g(-x)) \\ &= f(-g(x)) \\ &= f(g(x)) \\ &= h(x)\end{aligned}$$

$$h(x) = g(f(x))$$

Paire Impaire Rien

$$\begin{aligned}h(-x) &= g(f(-x)) \\ &= g(f(x)) \\ &= h(x)\end{aligned}$$