

Exercice [2504] | 1 | Somme télescopique

À l'aide d'un télescopage de termes, exprimer en fonction de $n \geq 2$ la somme $\sum_{k=2}^n \ln\left(1 - \frac{1}{k}\right)$.

Pistes de réflexion

- On commencera par transformer le terme général de la somme de sorte à faire apparaître la différence de deux termes successifs d'une même suite.
- On mobilisera les propriétés opératoires de la fonction logarithme pour cela.

Éléments de correction

On a tout d'abord que : $\forall k \in \llbracket 2; n \rrbracket$, $\ln\left(1 - \frac{1}{k}\right) = \ln\left(\frac{k-1}{k}\right)$
 $= \ln(k-1) - \ln(k)$

Par suite, il vient : $\sum_{k=2}^n \ln\left(1 - \frac{1}{k}\right) = \sum_{k=2}^n (\ln(k-1) - \ln(k))$
 $= \ln(2-1) - \ln(n)$
 $= \ln(1) - \ln(n)$
 $= -\ln(n)$