

Exercice [2503] | 1 | Somme télescopique

Calculer  $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)}$  où  $n \geq 1$ , en remarquant que :  $\forall k \in \mathbb{N}^*, \frac{1}{k(k+1)} = \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}$

Pistes de réflexion

- À l'aide de la transformation proposée, on remarque que la somme à calculer porte sur la différence de deux termes successifs d'une même suite de réels.
- Il y a donc un effet de télescopage entre les différences écrites, pour ne laisser que les premier et dernier termes de la suite considérée.

Éléments de correction

On a directement que :

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)} &= \sum_{k=1}^n \left( \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} \right) \\ &= \frac{1}{1} - \frac{1}{n+1} \\ &= 1 - \frac{1}{n+1} \end{aligned}$$