

Exercice [1952] | 1 | Fonctions périodiques

f est une fonction 2-périodique définie sur \mathbb{R} . Étudier la périodicité des fonctions g et h où :

$$g : x \mapsto f(5x)$$

$$h : x \mapsto 3f(5x + 3)$$

Pistes de réflexion

- On pourra remarquer que $2 = 5 \times \frac{2}{5}$ et d'essayer $\frac{2}{5}$ comme période pour g .
- On pourra remarquer que $2 = 5 \times \frac{2}{5}$ et d'essayer $\frac{2}{5}$ comme période pour h .

Éléments de correction

$$\begin{aligned} \text{Il est clair que : } \forall x \in \mathbb{R} \quad g\left(x + \frac{2}{5}\right) &= f\left(5\left(x + \frac{2}{5}\right)\right) \\ &= f(5x + 2) \\ &= f(5x) \\ &= g(x) \end{aligned}$$

et par suite g est périodique de période $\frac{2}{5}$.

$$\begin{aligned} \text{Il est clair que : } \forall x \in \mathbb{R} \quad h\left(x + \frac{2}{5}\right) &= f\left(5\left(x + \frac{2}{5}\right) + 3\right) \\ &= f(5x + 2 + 3) \\ &= f(5x + 3) \\ &= h(x) \end{aligned}$$

et par suite h est périodique de période $\frac{2}{5}$.