

## Exercice [1507] | 1 | Développements limités

Déterminer le développement limité à l'ordre 4 en 0 de :  $f : x \mapsto xe^x \ln(1+x)$

## Pistes de réflexion

— On remarquera que la multiplication par  $x$  permet de gagner un ordre dans les  $DL_n(0)$  mis en jeu pour  $x \mapsto e^x$  et  $x \mapsto \ln(1+x)$

## Éléments de correction

On a directement que :

$$\begin{aligned}xe^x \ln(1+x) &= x \left[ 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} + o_{x \rightarrow 0}(x^3) \right] \left[ x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + o_{x \rightarrow 0}(x^3) \right] \\ &= x \left[ x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + x^2 - \frac{x^3}{2} + \frac{x^3}{2} + o_{x \rightarrow 0}(x^3) \right] \\ &= x \left[ x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + o_{x \rightarrow 0}(x^3) \right] \\ &= x^2 + \frac{x^3}{2} + \frac{x^4}{3} + o_{x \rightarrow 0}(x^4)\end{aligned}$$