Exercice| [1278] | 1| Probabilités conditionnelles

Parmi les deux événements suivants, quel est le plus probable ?

***Événement nº 1* :** « obtenir au moins un as en lançant 4 fois un dé » ;

***Événement nº 2* :** « obtenir au moins une fois un double as en lançant 24 fois deux dés ».

Pistes de réflexion

Pour les deux situations :
- on décomposera la situation à l'aide d'événements portant sur le résultat du i^{e}lancer ;
- on s'assurera de l'indépendance des événements qui interviennent si nécessaire.

Éléments de correction

- **Lancer de 4 dés :** on suppose les dés numérotés de 1 à 4. On pose :
  - A_k : « le k^{e} dé a amené un as » ;
  - B : « on a obtenu au moins un as ».

  On voit que $\overline{B} = \bigcap_{k=1}^{4} \overline{A_k}$. Comme les lancers peuvent être supposés indépendants, on a $\mathbb{P}\left(\overline{B}\right) = \prod_{k=1}^{4} \mathbb{P}\left(A_k\right)$. On clairement que $\mathbb{P}\left(A_k\right) = \dfrac{5}{6}$ et donc que $\mathbb{P}\left(\overline{B}\right) = \left(\dfrac{5}{6}\right)^4$ et par suite que $\mathbb{P}\left(B\right) = 1 - \mathbb{P}\left(\overline{B}\right) = 1 - \left(\dfrac{5}{6}\right)^4 \approx 0,518.$
- **Lancer de 24 fois deux dés :** on suppose les lancers numérotés de 1 à 24, et on pose :
  - A_k : « le k^{e} lancer a amené un double-as » ;
  - B : « on a obtenu au moins un double-as ».

  On voit que $\overline{B} = \bigcap_{k=1}^{24} \overline{A_k}$. Comme les lancers peuvent être supposés indépendants, $\mathbb{P}\left(\overline{B}\right) = \prod_{k=1}^{24} \mathbb{P}\left(\overline{A_k}\right)$. On a $\mathbb{P}\left(\overline{A_k}\right) = \dfrac{35}{36}$, et ainsi $\mathbb{P}\left(\overline{B}\right) = \left(\dfrac{35}{36}\right)^{24}$ et donc $\mathbb{P}\left(B\right) = 1 - \mathbb{P}\left(\overline{B}\right) = 1 - \left(\dfrac{25}{36}\right)^{24} \approx 0,491.$

En conclusion, obtenir au moins un as en 4 lancers est le plus probable.