Recherche d'équivalents

Exercice| [2159] | 1| Équivalents de fonctions

$f : x \longmapsto \dfrac{x\sin(x)}{1-\cos(x)}$	$f : x \longmapsto \dfrac{\ln(1+2x)}{\cos(3x)-1}$
$f(x) \underset{x\to 0}{\sim}$	$f(x) \underset{x\to 0}{\sim}$
$f : x \longmapsto \dfrac{1-\cos(x)}{\sin(2x^2)}$	$f : x \longmapsto \ln\left(\sqrt{1+\dfrac{x}{2}}\right)$
$f(x) \underset{x\to 0}{\sim}$	$f(x) \underset{x\to 0}{\sim}$
$f : x \longmapsto \dfrac{(1-\cos(x))\ln(1+x^2)}{x^3\tan^2(3x)}$	$f : x \longmapsto \sqrt{1+x^2}-1$
$f(x) \underset{x\to 0}{\sim}$	$f(x) \underset{x\to 0}{\sim}$
$f : x \longmapsto \ln(1+\sin(x))$	$f : x \longmapsto \sin(x^2)\ln(1+x^2)$
$f(x) \underset{x\to 0}{\sim}$	$f(x) \underset{x\to 0}{\sim}$

Pistes de réflexion

- Pour chacune de ces fonctions, il s'agit de remobiliser les formules d'équivalents usuels en faisant attention de bien s'assurer que l'on travaille au voisinage de 0 pour certaines expressions.

Exercice| [5023] | 2| Recherche d'équivalents

On se propose dans cet exercice de déterminer un équivalent en 0 de la fonction f donné par :

$$f : x \longmapsto \frac{\sqrt{\cos(x)}-1}{1-\cos(2x)} \quad \text{et} \quad g : x \longmapsto \ln(cos(x))$$

(1). Puisque $\sqrt{\cos(x)} = \sqrt{1+(\cos(x)-1)}$ donner un équivalent en 0 de $x \longmapsto \sqrt{\cos(x)}-1$.

(2). En déduire un équivalent de f en 0.

(3). S'inspirer de ce que l'on vient de faire pour donner un équivalent en 0 de g.

Pistes de réflexion

- On s'assure que $\cos(x)-1 \underset{x\to 0}{\longrightarrow} 0$, pour mobiliser successivement deux formules d'équivalents usuels.
- On mobilise encore les équivalents usuels, et les opérations sur ces derniers.
- On écrit là encore $\cos(x) = 1+(cos(x)-1)$ et on s'assure que $\cos(x)-1 \underset{x\to 0}{\longrightarrow} 0$ pour mobiliser là encore successivement deux formules d'équivalents usuels.

Application des équivalents au calcul de limites

Exercice| [2161] | 3| Calculs de limites

$f : x \longmapsto \dfrac{(1-\cos(x))(1+2x)}{x^2-x^4}$	$f : x \longmapsto \dfrac{\ln(\cos(x))}{1-\cos(2x)}$
$f(x) \underset{x\to 0}{\sim}$	$f(x) \underset{x\to 0}{\sim}$
$f : x \longmapsto x(3+x)\dfrac{\sqrt{x+3}}{\sqrt{x}\sin(\sqrt{x})}$	$f : x \longmapsto \dfrac{(1-\cos(x))\arctan(x)}{x\tan(x)}$
$f(x) \underset{x\to 0}{\sim}$	$f(x) \underset{x\to 0}{\sim}$

Pistes de réflexion

- Pour chaque fonction considérée, on essaiera dans un premier temps de déterminer un équivalent simple au voisinage du point considéré.

Exercice| [5024] | 4| Calcul de limites et équivalents

On se propose dans cet exercice de déterminer les limites en $+\infty$ de la fonction g suivante :

$$g : x \longmapsto \sqrt{4x+1}\ln\left(1-\frac{\sqrt{x+1}}{x+2}\right)$$

(1). Montrer que $\dfrac{\sqrt{x+1}}{x+2} \underset{x\to+\infty}{\longrightarrow} 0$.

(2). Justifier que $\sqrt{4x+1} \underset{x\to+\infty}{\sim} 2\sqrt{x}$

(3). En déduire un équivalent de g en $+\infty$, puis la limite de g en $+\infty$.

Pistes de réflexion

(1). On détermine un équivalent simple de ce quotient, avant d'en prendre la limite.

(2). On procèdera à une factorisation judicieuse, ou alors on déterminera la limite du quotient des deux fonctions.

(3). On obtient un équivalent de g par opération sur les équivalents, la limite s'en déduisant simplement ensuite.