Image d'un ensemble par une fonction

Exercice| [5197] | 1| Image d'un ensemble par une fonction

On considère la fonction $f : x \longmapsto |x|$ et $g : x \longmapsto x^2 - 4$.
Déterminer :

$f([-3;-1]) =$	$f(]-1;2]) = .$	$f([-1;3[) = .$	$f(]-2;3[) = .$
$g([-4;-2[) =$	$g(]-2;2[) = .$	$g([1;2[) = ..$	$g([-3;2]) = .$

Pistes de réflexion

- On commencera par dresser le tableau des variations des fonctions f et g.
- On utilisera ensuite ces derniers pour déterminer les ensembles images demandés.

Exemples de recherches d'ensemble de définition

Exercice| [5194] | 2| Ensemble de définition

Déterminer l'ensemble de définition de la fonction $f : x \longmapsto \dfrac{\sqrt{5x+4}}{x^2+3x+2}$.

Pistes de réflexion

- On commencera par identifier les différentes opérations conditionnées par les valeurs de x que l'on traduira ensuite sous forme d'équations et/ou d'inéquations.
- On résoudra ces inéquations et/ou équations de sorte à expliciter ensuite le domaine de définition de f.

Exercice| [5195] | 3| Ensemble de définition

Déterminer l'ensemble de définition de la fonction $f : x \longmapsto \dfrac{\ln(x^2-4)}{-x^3+3x+4}$.

Pistes de réflexion

- On commencera par identifier les différentes opérations conditionnées par les valeurs de x que l'on traduira ensuite sous forme d'équations et/ou d'inéquations.
- On résoudra ces inéquations et/ou équations de sorte à expliciter ensuite le domaine de définition de f.

Exercice| [5196] | 4| Ensemble de définition

Déterminer l'ensemble de définition de la fonction $f : x \longmapsto \ln(x^2+3x-4)$.

Pistes de réflexion

- On commencera par identifier les différentes opérations conditionnées par les valeurs de x que l'on traduira ensuite sous forme d'équations et/ou d'inéquations.
- On résoudra ces inéquations et/ou équations de sorte à expliciter ensuite le domaine de définition de f.

Exercice| [2635] | 5| Recherche d'ensemble de définition

Déterminer l'ensemble de définition de la fonction $f : x \longmapsto \dfrac{\sqrt{\dfrac{x+1}{x-1}}}{x^2-5x+6}$.

Pistes de réflexion

- On commencera par identifier les différentes opérations conditionnées par les valeurs de x que l'on traduira ensuite sous forme d'équations et/ou d'inéquations.
- On résoudra ces inéquations et/ou équations de sorte à expliciter ensuite le domaine de définition de f.

Exercice| [2636] | 6| Recherche d'ensemble de définition

Déterminer l'ensemble de définition de la fonction $f : x \longmapsto \ln(x^2-5x+6)$ et de la fonction $g : x \longmapsto \mathrm{e}^{-\sqrt{x^2-5x+6}}$.

Pistes de réflexion

- On commencera par identifier les différentes opérations conditionnées par les valeurs de x que l'on traduira ensuite sous forme d'équations et/ou d'inéquations.
- On résoudra ces inéquations et/ou équations de sorte à expliciter ensuite le domaine de définition de f.

Travailler avec des composées de fonctions

Exercice| [2638] | 7| Composition de fonctions

On considère $f : x \longmapsto x^2+1$ et $g = \ln$. Expliciter la fonction $g \circ f$ et la fonction $f \circ g$, puis en déterminer pour chacune le domaine de définition.

Pistes de réflexion

On rappelle que :
- $f \circ g$ est la fonction définie par $f \circ g : x \longmapsto f(g(x))$
- $g \circ f$ est la fonction définie par $g \circ f : x \longmapsto g(f(x))$

Exercice| [2639] | 8| Compositions de fonctions

Soient $f : \left| \begin{array}{ccc}]-\infty;3] & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & 2+\sqrt{3-x} \end{array} \right.$ et $g : \left| \begin{array}{ccc} [2;+\infty[& \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & -x^2+4x-1 \end{array} \right.$.
Déterminer $f \circ g$ et $g \circ f$.

Pistes de réflexion

On rappelle que :
- $f \circ g$ est la fonction définie par $f \circ g : x \longmapsto f(g(x))$
- $g \circ f$ est la fonction définie par $g \circ f : x \longmapsto g(f(x))$

Exercice| [1819] | 9| Fonction logarithme

Déterminer l'ensemble de définition de la fonction $f(x) = \ln(\ln(x))$, puis résoudre l'équation $f(x) = 0$.

Pistes de réflexion

- On commencera par identifier les différentes opérations conditionnées par les valeurs de x que l'on traduira ensuite sous forme d'équations et/ou d'inéquations.
- On résoudra ces inéquations et/ou équations de sorte à expliciter ensuite le domaine de définition de f.

Étude de la parité d'une fonction

Exercice| [5190] | 10| Parité d'une fonction

Étudier la parité de la fonction $f : x \longmapsto \ln\left(\dfrac{2023+x}{2023-x}\right)$.

Pistes de réflexion

- On commencera par expliciter le domaine de définition de la fonction et s'assurer de son caractère symétrique.
- Puis on comparera l'expression de $f(x)$ et de $f(-x)$ pour identifier le caractère pair ou impair de f.

Exercice| [5191] | 11| Parité d'une fonction

Étudier la parité de la fonction $f : x \longmapsto \ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)$.

Pistes de réflexion

- On commencera par expliciter le domaine de définition de la fonction et s'assurer de son caractère symétrique.
- Puis on comparera l'expression de $f(x)$ et de $f(-x)$ pour identifier le caractère pair ou impair de f.

Exercice| [5192] | 12| Parité d'une fonction

Étudier la parité de la fonction $f : x \longmapsto \dfrac{\mathrm{e}^{2x}-1}{\mathrm{e}^{2x}+1}$.

Pistes de réflexion

- On commencera par expliciter le domaine de définition de la fonction et s'assurer de son caractère symétrique.
- Puis on comparera l'expression de $f(x)$ et de $f(-x)$ pour identifier le caractère pair ou impair de f.

Exercice| [5193] | 13| Parité d'une fonction

Étudier la parité de la fonction $f : x \longmapsto \dfrac{\mathrm{e}^{x}-\mathrm{e}^{-x}}{\mathrm{e}^{x}+\mathrm{e}^{-x}}$.

Pistes de réflexion

- On commencera par expliciter le domaine de définition de la fonction et s'assurer de son caractère symétrique.
- Puis on comparera l'expression de $f(x)$ et de $f(-x)$ pour identifier le caractère pair ou impair de f.

Exercice| [5198] | 14| Parité d'une fonction

On rappelle que la fonction $x \longmapsto \cos(x)$ est une fonction paire, et que la fonction $x \longmapsto \sin(x)$ est une fonction impaire.

Étudier la parité des fonctions $h : x \longmapsto \cos(x\sin(x))$ et $k : x \longmapsto \dfrac{x\sin\left(\dfrac{1}{x}\right)}{\sqrt{1-x^2}}$.

Pistes de réflexion

- On commencera par expliciter le domaine de définition de la fonction h et s'assurer de son caractère symétrique.
- Puis on comparera l'expression de $h(x)$ et de $h(-x)$ pour identifier le caractère pair ou impair de f.
- On fera de même ensuite pour k.

Exercice| [1948] | 15| Fonction paire et impaire

Dans chaque cas, donner le domaine de définition de la fonction f puis en étudier la parité.

(1). $f : x \longmapsto (x-3)^2 - (x+3)^2$;

(2). $f : x \longmapsto \sqrt{x^2 - 4}$;

(3). $f : x \longmapsto \dfrac{|x|}{x^3 - 4x}$.

Pistes de réflexion

Pour chacune des trois fonctions :
- on identifiera les opérations qui conditionnent la réalisation du processus de calcul qui les définit, et on traduira cela sous forme d'équations ou d'inéquations que l'on résoudra ;
- on s'assure que leur domaine de définition est symétrique par rapport à 0 ;
- on compare ensuite les expressions de $f(-x)$ et de $f(x)$.

Fonctions périodiques

Exercice| [1953] | 16| Fonctions périodiques

f et sont deux fonctions définies sur $\mathbb{R}$. f est 4-périodique et g est 10-périodique. Déterminer la période de $2f + 3g$.

Pistes de réflexion

- Chercher parmi les multiples communs des deux périodes est une bonne première approche.

Exercice| [1951] | 17| Fonctions périodiques

Déterminer ω pour que la fonction $u : t \longmapsto 220\sin(\omega t)$ soit $\dfrac{1}{50}$−périodique.

Pistes de réflexion

- On connaît la périodicité de la fonction $t \longmapsto \sin(\omega t + \varphi)\ldots$