Question de cours | Restitution de cours | Situation classique | 5 minutes | 2 points

Les énoncés ci-contre pourront vous être demandés explicitement avec toutes leurs hypothèses, avec ou sans démonstration:

- TROIS développements limités usuels vous seront systématiquement demandés

Pratique calculatoire | 20 minutes | 8 points

Étudier la position relative d'une courbe par rapport à sa tangente en un point (*) dont on aura au préalable déterminé une équation par développement limité

ou

Étudier la position relative d'une courbe par rapport à une asymptote oblique dont on aura au préalable déterminé une équation par développement asymptotique

(*) L'étude se fera au voisinage de 0 pour la fonction considérée.

Thématique(s) de la semaine | 30 minutes | 10 points

AN11 | Fonctions polynomiales

- Fonctions polynomiales
- Opérations sur les degrés
- Comportement en $\pm\infty$
- Racines d'un polynôme et cas du degré 2
- Polynômes irréductibles
- Division euclidienne
- Factorisation
- Ordre de multiplicité d'une racine
- Polynômes scindés
- Variations et ordre de multiplicité

AN13 | Développements limités

- Développements limités usuels
- Opérations sur les développements limités
- Lien $DL_1(a)$ et dérivabilité
- Étude locale avec les $DL_n(a)$
- Développements asymptotiques
- Asymptotes obliques
- Calculs de limites avec les développements limités

Exemples de savoir faire à maîtriser

- Déterminer les limites en $\pm\infty$ d'un polynôme ou d'un quotient de polynômes
- Effectuer la division euclidienne de deux polynômes
- Factoriser un polynôme
- Écrire le développement limité à un ordre donné des fonctions usuelles
- Former le $DL_n(0)$ d'une fonction par opérations avec les $DL_n(0)$ des fonctions usuelles
- Exploiter un $DL_n(a)$ pour étudier la continuité et/ou la dérivabilité d'une fonction en a
- Exploiter un $DL_n(a)$ pour obtenir une équation réduite de la tangente en a et la position de la courbe par rapport à cette dernière
- Exploiter un $DL_n(+\infty)$ pour obtenir une équation réduite d'une asymptote oblique et la position de la courbe par rapport à cette dernière

Programme à venir...

Reprise programme

Pour la pratique calculatoire

EX. 1 | Réf. 4791

Soit $f : x \longmapsto x^2 \ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$.

1. Déterminer la limite de f en $+\infty$.
2. $\mathcal{C}_f$ admet-elle une asymptote oblique en $+\infty$? Si oui, en donner une équation et étudier la position de $\mathcal{C}_f$ par rapport à cette dernière.

EX. 2 | Réf. 4792

Former le $DL_4(0)$ de $f : x \longmapsto \dfrac{\mathrm{e}^x - 1}{\mathrm{e}^x + 1}$. Qu'en déduire pour f ?

EX. 3 | Réf. 4793

Montrer que : $\dfrac{\mathrm{e}^{\frac{1}{x}}+1}{\mathrm{e}^{\frac{1}{x}}-1} = 2x + \dfrac{1}{6x} + \underset{x\to+\infty}{o}\left(\dfrac{1}{x}\right)$.
Qu'en déduire pour f ?

Sur l'ensemble du programme

EX. 4 | Réf. 3566

Calculer le quotient et le reste de la division euclidienne de $X^4+5X^3+12X^2+19X-7$ par X^2+3X-1.

EX. 5 | Réf. 4787

Soit $P(X) = X^3 - 8X^2 + 23X - 28$. Déterminer les racines de P sachant que la somme de deux des racines est égale à la troisième.

EX. 6 | Réf. 4789

Calculer le quotient et le reste de la division euclidienne de :

- $X^4+5X^3+12X^2+19X-7$ par X^2+3X-1 ;
- $X^4-4X^3-9X^2+27X+38$ par X^2-X-7 ;
- X^5-X^2+1 par X^2+1.

EX. 7 | Réf. 3568

Soit $P(X) = X^3 - 8X^2 + 23X - 28$. Déterminer les racines de P sachant que la somme de deux des racines est égale à la troisième.

EX. 8 | Réf. 3553

Former le $DL_6(0)$ de $f : x \longmapsto \ln(1+x)\sin(x)$.

EX. 9 | Réf. 3554

Déterminer la limite en 0 de $x \longmapsto \dfrac{\mathrm{e}^{x^2} - \cos(x)}{x^2}$.

EX. 10 | Réf. 3555

Former le $DL_5(0)$ de $f : x \longmapsto \sin^3(x)\left(\mathrm{e}^{x^2}-1\right)$.

EX. 11 | Réf. 3557

Former le $DL_4(0)$ de $f : x \longmapsto \dfrac{\mathrm{e}^x}{\cos(x)}$.

EX. 12 | Réf. 3553

Former le $DL_6(0)$ de $f : x \longmapsto \ln(1+x)\sin(x)$.

EX. 13 | Réf. 3557

Former le $DL_4(0)$ de $f : x \longmapsto \dfrac{\mathrm{e}^x}{\cos(x)}$.

EX. 14 | Réf. 3554

Déterminer la limite en 0 de $x \longmapsto \dfrac{\mathrm{e}^{x^2} - \cos(x)}{x^2}$.

EX. 15 | Réf. 3555

Former le $DL_5(0)$ de $f : x \longmapsto \sin^3(x)\left(\mathrm{e}^{x^2}-1\right)$.