## Question de cours - 5 minutes - 2 points

Les énoncés ci-contre pourront vous être demandés explicitement avec toutes leurs hypothèses, avec ou sans démonstration:

- AL06 - Théorème 1 & Théorème 2 - Linéarité de la trace | Trace d'un produit
- AL06 - Définition 2 & Théorème 3 - Matrices semblables | Trace de deux matrices semblables
- AL06 - Théorèmes 4, 5 et 6 - Transposition et produit | Trace et transposée | Inverse et tranposée

## Pratique calculatoire - 15/20 minutes - 8 points

Calculs de termes de suites arithmétiques, géométriques, de sommes de termes de telles suites ou retrouver raison et premier termes d'une telle suite.

et

Effectuer un raisonnement par récurrence pour établir l'expression du terme général d'une suite.

## Thématique(s) de la semaine - 30 minutes - 10 points

Un ou plusieurs exercice(s) vous sera(ont) proposé(s) par votre interrogateur tels ceux proposés dans la banque d'exercices ci-après.
Ils porteront sur les chapitres et savoir-faire détaillés ci-dessous.

### AL04 - Calcul matriciel

- Reprise programme précédent

### AL05 - Matrices inversibles

- Reprise programme précédent

### AL06 - Trace et tranposition

- Trace d'une matrice carrée
- Propriétés opératoires sur la trace
- Transposée d'une matrice
- Propriétés opératoires et transposition
- Matrices symétriques et antisymétriques

### AN01 - Généralités sur les suites réelles

- Différents modes de génération d'une suite réelle
- Suites arithmétiques et suites géométriques
- Suites extraites
- Suites majorées, minorées ou bornées
- Sens de variation d'une suite

### Exemples de savoir faire à maîtriser

- Effectuer la somme de deux matrices
- Effectuer, lorsque c'est possible, le produit de deux matrices
- S'assurer de l'inversibilité d'une matrice
- Obtenir l'inverse d'une matrice $A$ par échelonnement réduit de la matrice augmentée $(A|\mathrm{I}_n)$
- Calculer la trace d'une matrice
- Exprimer la transposée d'une matrice
- Calculer des termes ou une somme de termes d'une suite arithmétique ou géométrique
- Montrer qu'une suite est croissante/décroissante

## Programme à venir

Suites arithmético-géométriques | Suites récurrentes linéaires d'ordre 2 | Calculs de limites avec les suites

## Pour la pratique calculatoire

### Exercice| [3135] | 1| Suites arithmétiques

$(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ désigne une suite arithmétique de raison $r$, de premier terme $u_0$ et $S_n = \sum_{k=0}^{n} u_k$.

**(1).** On donne $u_0 = -1$ et $r = \dfrac{1}{4}$. Calculer $u_{12}$ et $S_{12}$.

**(2).** On donne $u_3 = 2$ et $r = -3$. Calculer $u_0$ et $S_3$.

**(3).** On donne $u_2 = 10$ et $u_4 = 30$. Calculer $u_0$ et $r$.

**(4).** On donne $r = 2$, $u_2 = 7$ et $S_n = 483$. Calculer $u_0$ et $n$.

### Exercice| [3136] | 2| Suites géométriques

$(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ désigne une suite géométrique de raison $q$, de premier terme $u_0$ et $S_n = \sum_{k=0}^{n} u_k$.

**(1).** On donne $u_0 = 3$ et $q = 4$. Calculer $u_3$.

**(2).** On donne $u_2 = -4$ et $q = 3$. Calculer $u_3$.

**(3).** On donne $u_1 = 5$ et $u_2 = 2$. Calculer $q$.

**(4).** On donne $u_0 = 1000$ et $u_1 = 1050$. Calculer $S_5$.

**Exercice| [3264] | 3| Terme général d'une suite**

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par : $\begin{cases} u_0 = 1 \\ \forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+1} = 2u_n - 3 \end{cases}$

Montrer par récurrence sur l'entier $n$ que : $\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = -2^{n+1} + 3$.

## Sur l'ensemble du programme

**Exercice| [3270] | 4| Suites numériques**

On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $\begin{cases} u_0 = 10 \\ \forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+1} = \dfrac{u_n + 1}{u_n - 1} \end{cases}$.

**(1).** Montrer que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+2} = u_n$.

**(2).** Déterminer les différents termes de cette suite.

**Exercice| [3257] | 5| Suite arithmético-geométrique**

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite réelle définie par les relations $\begin{cases} u_0 = 3 \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \dfrac{2}{3}u_n + \dfrac{5}{3} \end{cases}$.

**(1).** Déterminer les valeurs des 5 premiers termes de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$.
*On donnera les résultats sous forme fractionnaire.*

**(2).** On définit la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ par : $\forall n \in \mathbb{N}, \quad v_n = u_n - 5$.

- **(a).** Montrer que la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique dont on identifiera la raison et le premier terme.
- **(b).** Exprimer alors $v_n$ en fonction de $n$, puis $u_n$ en fonction de $n$.
- **(c).** En déduire alors la valeur de la limite éventuelle de $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$.

**Exercice| [0677] | 6| Suites**

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ donnée par : $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_1 = 2 \\ \forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} = \dfrac{1}{2}(u_{n+1} + u_n) \end{cases}$.

**(1).** Montrer que la suite $(v_n)_{n\geq 1}$ dont le terme général est $v_n = u_n - u_{n-1}$ est une suite géométrique dont on identifiera le premier terme et la raison.

**(2).** À l'aide de la somme des $n$ premiers termes de la suite $(v_n)_{n\geq 1}$, déterminer l'expression de $u_n$ en fonction de $n$.

**(3).** Exprimer alors en fonction de $n$ la somme des $n+1$ premiers termes de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$.

**Exercice| [3281] | 7| Sens de variation d'une suite**

On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $\begin{cases} u_0 & = & \dfrac{1}{2} \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} & = & u_n^2 - u_n + 1 \end{cases}$

Étudier le sens de variation de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$.