Question de cours - 5 minutes - 2 points

Les énoncés ci-contre pourront vous être demandés explicitement avec toutes leurs hypothèses, avec ou sans démonstration:

- AL05 - Définition 1 et Théorème 1 - Matrice inversible | Matrices carrées inversibles
- AL05 - Théorèmes 2 et 3 - Caractérisation des matrices inversibles par le rang d'un système linéaire associé | Condition d'inversibilité pour une matrice diagonale ou triangulaire
- AL05 - Définition 3 et Théorème 5 - Déterminant d'une matrice 2×2 | Caractérisation des matrices 2×2 inversibles par leur déterminant

Pratique calculatoire - 15/20 minutes - 8 points

Déterminer l'inverse d'une matrice A de $\mathscr{M}_3(\mathbb{R})$ à l'aide de la matrice augmentée $(A|\mathrm{I}_3)$

Thématique(s) de la semaine - 30 minutes - 10 points

Un ou plusieurs exercice(s) vous sera(ont) proposé(s) par votre interrogateur tels ceux proposés dans la banque d'exercices ci-après.
Ils porteront sur les chapitres et savoir-faire détaillés ci-dessous.

AL04 | Calcul matriciel

- Reprise programme précédent

AL05 | Matrices inversibles

- Matrice inversible
- Caractérisation des matrices inversibles par le rang
- Cas des matrices diagonales ou triangulaire
- Recherche de l'inverse d'une matrice A :
  ↪ par exploitation d'une relation polynomiale en la matrice A ;
  ↪ par résolution du système linéaire $AX = B$
  ↪ par échelonnement réduit en ligne de la matrice augmentée $(A|\mathrm{I}_n)$

Exemples de savoir faire à maîtriser

- Reprise du programme précédent
- S'assurer de l'inversibilité d'une matrice
- Obtenir l'inverse d'une matrice A par échelonnement réduit de la matrice augmentée $(A|\mathrm{I}_n)$

Programme à venir

Matrices inversibles | Trace et transposition

Pour la pratique calculatoire

Exercice| [3588] | 1| Matrices

Soit $M = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 2 & 5 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.
Montrer que M est inversible et en calculer son inverse.

Sur l'ensemble du programme

Exercice| [3579] | 2| Matrices

Soit $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

(1). Montrer que A^2 peut s'écrire comme combinaison linéaire de A et I_3.

(2). En déduire que A est inversible et en déterminer son inverse.

Exercice| [3580] | 3| Matrices

Soit $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$.

(1). Calculer $A^3 - A$, en déduire que A est inversible.

(2). Déterminer A^{-1}.

Exercice| [3581] | 4| Matrices

Soit $M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

(1). Montrer que M est inversible, puis calculer M^{-1}.

(2). En déduire la résolution du système $\mathcal{S}$: $\begin{cases} x_1 - x_3 = m \\ -2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 1 \\ x_2 + x_3 = 2m \end{cases}$ où m est un réel quelconque.

Exercice| [3582] | 5| Matrices

Soit $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 4 & 6 \end{pmatrix}$.

(1). Montrer que M est inversible, puis déterminer M^{-1}.

(2). En déduire une matrice $X \in \mathscr{M}_3(\mathbb{R})$ telle que $2XM = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$.