Question de cours - 5 minutes - 2 points

Les énoncés ci-contre pourront vous être demandés explicitement avec toutes leurs hypothèses, avec ou sans démonstration:

- AL03 - Définition 1 - Famille libre | Interprétation incluse
- AL03 - Définition 12 - Droites et plans vectoriels de $\mathbb{R}^n$
- AL03 - Théorème 4 - Caractérisation des sous-espaces vectoriels de $\mathbb{R}^n$

Pratique calculatoire - 15/20 minutes - 8 points

Montrer qu'un sous-ensemble de $\mathbb{R}^3|\mathbb{R}^4$ est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^3|\mathbb{R}^4$ par stabilité par combinaison linéaire

et

Effectuer un produit matriciel de la forme QAP de trois matrices de $\mathscr{M}_3(\mathbb{R})$

Thématique(s) de la semaine - 30 minutes - 10 points

Un ou plusieurs exercice(s) vous sera(ont) proposé(s) par votre interrogateur tels ceux proposés dans la banque d'exercices ci-après.
Ils porteront sur les chapitres et savoir-faire détaillés ci-dessous.

AL03 - Travailler dans $\mathbb{R}^n$

- Reprise programme précédent

AL04 - Calcul matriciel

- Notion de matrices $n \times p$
- Opérations sur les matrices
- Matrices élémentaires et extraction de lignes/colonnes
- Binôme de Newton pour les matrices

Exemples de savoir faire à maîtriser

- Reprise du programme précédent
- Effectuer une combinaison linéaire de matrices
- Calculer le produit de deux matrices
- Utiliser le binôme de Newton pour calculer les puissances d'une matrice

Programme à venir

Calcul matriciel (suite) | Matrices inversibles | Trace et transposition

Pour la pratique calculatoire

Exercice| [5081] | 1| Sous-espace de $\mathbb{R}^3$

Dans cet exercice u et v désignent deux vecteurs de $\mathbb{R}^2$ non nuls et non colinéaires.
On considère le sous-ensemble de $\mathbb{R}^3$ défini par :

$$F = \left\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3,\ (x + y - z)u + (2x - y - 2z)v = \overrightarrow{0}\right\}$$

Montrer que F est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^3$.

Exercice| [5080] | 2| Sous-espace de $\mathbb{R}^4$

On considère le sous-ensemble de $\mathbb{R}^4$ défini par :

$$F = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4,\ x - y + z - t = 0\}$$

Montrer que F est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^4$.

Exercice| [5095] | 3| Produit de trois matrices carrées d'ordre 3

Effectuer le produit matriciel QAP où :

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 2 \\ -2 & 5 & 2 \\ 2 & -3 & 0 \end{pmatrix},\ P = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix},\ Q = \begin{pmatrix} 2 & -3 & -2 \\ -1 & 2 & 1 \\ 2 & -3 & -1 \end{pmatrix}$$

Sur l'ensemble du programme

Exercice| [2003] | 4| Sous-espace de $\mathbb{R}^4$

On considère le sous-ensemble F de $\mathbb{R}^4$ défini par :

$$F = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4,\ x - y + z - t = 0 \text{ et } x + y - z + 2t = 0\}$$

(1). Montrer que F est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^4$.

(2). Déterminer une famille génératrice de F.

Exercice| [2182] | 5| Sous-espace de $\mathbb{R}^4$

On considère $H = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4,\ x - y + z = 0\}$.

(1). Montrer que H est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^4$.

(2). Déterminer une famille génératrice de H.

Exercice| [1436] | 6| Liberté d'une famille de vecteur

Soit (u, v, w) une famille libre d'un $\mathbb{K}-$espace vectoriel E.

(1). Montrer que la famille $(u+v, u-v, w+u)$ est également libre.

(2). La famille $(u-v, v-w, w-u)$ est-elle libre ?

Exercice| [3474] | 7| Sous-espaces vectoriels $\mathbb{R}^4$

On considère le sous-ensemble F de $\mathbb{R}^4$ défini par :

$$F = \left\{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4,\ 2x - y + 3z + t = 0 \text{ et } x - y - z + t = 0\right\}$$

(1). Le vecteur $(-1, 2, 1, -2)$ appartient-il à F ?

(2). Montrer que F est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^4$.

(3). Donner une famille génératrice de $\mathbb{R}^4$.

Exercice| [1192] | 8| Sous-espaces vectoriels

Soit $F = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \ / \exists(\alpha, \beta) \in \mathbb{R}^2, \quad \left\{ \begin{array}{l} x = 2\alpha - 5\beta \\ y = -\alpha + 3\beta \\ z = 7\beta \end{array} \right. \right\}$.

Montrer que F est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^3$.