Question de cours - 5 minutes - 2 points

Les énoncés ci-contre pourront vous être demandés explicitement avec toutes leurs hypothèses, avec ou sans démonstration:

- AL03 - Définition 1 - Famille libre | Interprétation incluse
- AL03 - Définition 12 - Droites et plans vectoriels de $\mathbb{R}^n$
- AL03 - Théorème 4 - Caractérisation des sous-espaces vectoriels de $\mathbb{R}^n$

Pratique calculatoire - 15/20 minutes - 8 points

Étudier la liberté ou le caractère générateur d'une famille de $\mathbb{R}^3$ ou $\mathbb{R}^4$ par recherche du rang de la matrice de la famille de vecteurs

et

Montrer qu'un sous-ensemble de $\mathbb{R}^3|\mathbb{R}^4$ est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^3|\mathbb{R}^4$ par stabilité par combinaison linéaire

Thématique(s) de la semaine - 30 minutes - 10 points

Un ou plusieurs exercice(s) vous sera(ont) proposé(s) par votre interrogateur tels ceux proposés dans la banque d'exercices ci-après.
Ils porteront sur les chapitres et savoir-faire détaillés ci-dessous.

AL03 - Travailler dans $\mathbb{R}^n$

- Reprise programme précédent
- Sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^n$
- Droites et plans vectoriels
- Classification des sous-espaces de $\mathbb{R}^2$

Exemples de savoir faire à maîtriser

- Reprise du programme précédent ;
- Obtenir une relation de dépendance entre des vecteurs liés de $\mathbb{R}^n$
- Montrer qu'un sous-ensemble de $\mathbb{R}^n$ est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^n$
- Obtenir une famille génératrice d'un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^n$

Programme à venir

Calcul matriciel

Pour la pratique calculatoire

Exercice| [5081] | 1| Sous-espace de $\mathbb{R}^3$

Dans cet exercice u et v désignent deux vecteurs de $\mathbb{R}^2$ non nuls et non colinéaires.
On considère le sous-ensemble de $\mathbb{R}^3$ défini par :

$$F = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3,\ (x+y-z)u + (2x-y-2z)v = \overrightarrow{0}\right\}$$

Montrer que F est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^3$.

Exercice| [5080] | 2| Sous-espace de $\mathbb{R}^4$

On considère le sous-ensemble de $\mathbb{R}^4$ défini par :

$$F = \left\{(x,y,z,t) \in \mathbb{R}^4,\ x-y+z-t=0\right\}$$

Montrer que F est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^4$.

Sur l'ensemble du programme

Exercice| [2003] | 3| Sous-espace de $\mathbb{R}^4$

On considère le sous-ensemble F de $\mathbb{R}^4$ défini par :

$$F = \left\{(x,y,z,t) \in \mathbb{R}^4,\ x-y+z-t=0 \text{ et } x+y-z+2t=0\right\}$$

(1). Montrer que F est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^4$.

(2). Déterminer une famille génératrice de F.

Exercice| [2182] | 4| Sous-espace de $\mathbb{R}^4$

On considère $H = \left\{(x,y,z,t) \in \mathbb{R}^4,\ x-y+z=0\right\}$.

(1). Montrer que H est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^4$.

(2). Déterminer une famille génératrice de H.

Exercice| [1436] | 5| Liberté d'une famille de vecteur

Soit (u,v,w) une famille libre d'un $\mathbb{K}-$espace vectoriel E.

(1). Montrer que la famille $(u+v, u-v, w+u)$ est également libre.

(2). La famille $(u-v, v-w, w-u)$ est-elle libre ?

Exercice| [3474] | 6| Sous-espaces vectoriels $\mathbb{R}^4$

On considère le sous-ensemble F de $\mathbb{R}^4$ défini par :

$$F = \{(x,y,z,t) \in \mathbb{R}^4,\ 2x - y + 3z + t = 0 \text{ et } x - y - z + t = 0\}$$

(1). Le vecteur $(-1, 2, 1, -2)$ appartient-il à F ?

(2). Montrer que F est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^4$.

(3). Donner une famille génératrice de $\mathbb{R}^4$.

Exercice| [1192] | 7| Sous-espaces vectoriels

Soit $F = \left\{ (x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \;/\; \exists (\alpha, \beta) \in \mathbb{R}^2, \quad \left\{ \begin{array}{l} x = 2\alpha - 5\beta \\ y = -\alpha + 3\beta \\ z = 7\beta \end{array} \right. \right\}$.

Montrer que F est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^3$.