Question de cours - 5 minutes - 2 points

Les énoncés ci-contre pourront vous être demandés explicitement avec toutes leurs hypothèses, avec ou sans démonstration:

- CL01 - Théorème 3 - Formule du binôme de Newton
- CL02 - Proposition 1 - Opérations et conjugaison
- CL02 - Théorème 5 - Solutions complexes de $(\star) : az^2 + bz + c = 0$ avec $(a, b, c) \in \mathbb{R}^* \times \mathbb{R}^2$

Pratique calculatoire - 15/20 minutes - 8 points

Utilisation de la formule du binôme pour développer et simplifier une expression de la forme $(\mathrm{e}^{x} + \mathrm{e}^{-x})^n$ avec $n \geq 4$

ou

Foire au calcul dans $\mathbb{C}$: obtention de la forme algébrique d'une combinaison linéaire de complexes, de l'inverse d'un complexe, d'un quotient de complexes et d'un calcul combinant ces techniques.

et

Montrer qu'un vecteur de $\mathbb{R}^3$ peut s'écrire comme combinaison linéaire de 3 autres vecteurs de $\mathbb{R}^3$.

Thématique(s) de la semaine - 30 minutes - 10 points

Un ou plusieurs exercice(s) vous sera(ont) proposé(s) par votre interrogateur tels ceux proposés dans la banque d'exercices ci-après.
Ils porteront sur les chapitres et savoir-faire détaillés ci-dessous.

CL01 - Calculs de sommes et de produit finis

- Reprise programme précédent

CL02 - Travailler avec les nombres complexes

- Forme algébrique d'un complexe
- Opérations dans $\mathbb{C}$
- Conjugaison et application à la recherche d'inverse
- Solutions complexes d'une équation de degré deux à coefficients réels

AL03 - Travailler dans $\mathbb{R}^n$

- Notion de $p-$uplets d'élements de $\mathbb{R}$
- Opérations dans $\mathbb{R}^2$, $\mathbb{R}^3$ et $\mathbb{R}^n$
- Combinaison linéaire de vecteurs

Exemples de savoir faire à maîtriser

- Reprise du programme précédent ;
- Déterminer la forme algébrique d'un complexe ;
- Déterminer la forme algébrique de l'inverse d'un complexe ;
- Déterminer la forme algébrique d'un quotient de complexes ;
- Gérer des calculs complexes avec les complexes.
- Effectuer des opérations sur les vecteurs de $\mathbb{R}^n$
- Montrer qu'un vecteur est combinaison linéaire de vecteurs d'une famille de vecteurs de $\mathbb{R}^n$

Programme à venir

Familles de vecteurs de $\mathbb{R}^n$

Pour la pratique calculatoire

Exercice| [4782] | 1| Forme algébrique d'un complexe

Étant donnés les deux complexes $z = 2 - 3\mathrm{i}$ et $z' = -1 + 2\mathrm{i}$, déterminer la forme algbŕique des complexes :

(1). $z_1 = 3z - 2z'$
(2). $z_2 = (1+\mathrm{i})\,z - 2\,(2-\mathrm{i})\,z'$
(3). $z_3 = \dfrac{1}{z} - \dfrac{1}{z'}$
(4). $z_4 = \dfrac{z}{z'}$
(5). $z_5 = \dfrac{z+1}{z'-1}$
(6). $z_6 = \dfrac{z-\mathrm{i}}{z'+2\mathrm{i}} - \left(\dfrac{1-\mathrm{i}}{2-\mathrm{i}}\right)^2$

Exercice| [5012] | 2| Combinaison linéaire de vecteurs de $\mathbb{R}^3$

Le vecteur $u = (1, 1, 2)$ est-il comibinaison linéaire des vecteurs de la famille $\mathcal{F} = (v_1, v_2, v_3)$ où $v_1 = (1, 0, 1)$, $v_2 = (1, 1, -1)$ et $v_3 = (2, 2, 1)$?

Sur l'ensemble du programme

Exercice| [4783] | 3| Équations de degré 2

Déterminer les solutions, éventuellement complexes, des équations de degré 2 suivantes :

(1). $(E_1) : x^2 - 6x + 10 = 0$
(2). $(E_2) : x^2 - 4x + 5 = 0$
(3). $(E_3) : x^2 - 10x + 8 = 0$
(4). $(E_4) : -x^2 + 11x - 30 = 0$
(5). $(E_5) : 2x^2 + 8x + 26 = 0$
(6). $(E_6) : 2x^2 + 4x + 20 = 0$

Exercice| [4784] | 4| Opérations avec le conjugué

Soit $z = \dfrac{3-2\mathrm{i}}{5+\mathrm{i}}$ et $z' = \dfrac{3+2\mathrm{i}}{5-\mathrm{i}}$ deux nombres complexes.

(1). Donner une relation entre $\overline{z}$ et z'.

(2). Calculer alors $z+z'$ et $z-z'$.

Exercice| [4785] | 5| Équations dans $\mathbb{C}$

Déterminer le nombre complexe z solution de l'équation : $(\star) : (1+3\mathrm{i})\,z + 2 - 4\mathrm{i} = 0$.

Exercice| [4786] | 6| Identification de parties réelles et imaginaires

Dans chaque cas, déterminer les nombres réels x et y tels que :

(1). $(2x+1) - 3\mathrm{i} = 5 + (2-y)\,\mathrm{i}$

(2). $(x+3) + (y-3)\,\mathrm{i} = 6$

(3). $(-x+1) + (2y+1)\,\mathrm{i} = -3\mathrm{i}$

(4). $(-2x+3) + (2-3y)\,\mathrm{i} = 5 - 7\mathrm{i}$