Thématique(s) de la semaine

AN10 | Intégration d'une fonction continue

- Reprise programme précédent

Exemples de savoir faire à maîtriser

- Reprise programme précédent

Programme à venir. . .

Surprise !

Sur l'ensemble du programme

EX. 1 | Réf. 3255

Déterminer la valeur de l'intégrale $I = \displaystyle\int_{-\frac{\sqrt{2}}{2}}^{\frac{\sqrt{2}}{2}} \frac{\arctan\left(x^3\right) \mathrm{e}^{-x^2}}{1+\tan^2(x)}\,\mathrm{d}x$.

EX. 2 | Réf. 3256

1. Calculer l'intégrale $I_1 = \displaystyle\int_{-4}^{4} \left|x^2 - 5x + 6\right|\,\mathrm{d}x$.

2. Calculer l'intégrale $I_2 = \displaystyle\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\pi} |\sin(x)|\,\mathrm{d}x$.

EX. 3 | Réf. 2065

On considère : $f : \left|\begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & \dfrac{x}{1+x^2} \end{array}\right.$ et $g : \left|\begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & \dfrac{x^3}{1+x^2} \end{array}\right.$.

1. Calculer $J = \displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$.

2. Soit $K = \displaystyle\int_0^1 g(x)\,\mathrm{d}x$.

a. Calculer $J + K$.

b. En déduire la valeur de K.

EX. 4 | Réf. 2060

Déterminer deux réels a et b tels que : $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}, \quad \dfrac{1}{1-x^2} = \dfrac{a}{1+x} + \dfrac{b}{1-x}$.

En déduire : $\displaystyle\int_2^4 \frac{1}{1-x^2}\,\mathrm{d}x$.

EX. 5 | Réf. 2056

On considère la fonction : $f : \left| \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & x^2 \mathrm{e}^{\,x} \end{array} \right.$.

1. Déterminer trois réels a, b et c tels que la fonction réelle $h : \left| \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & \mathrm{e}^{\,x}\left(ax^2+bx+c\right) \end{array} \right.$ soit une primitive de f sur $\mathbb{R}$.
2. En déduire la valeur de $I = \displaystyle\int_{-2}^{1} x^2 \mathrm{e}^{\,x}\,\mathrm{d}x$.

EX. 6 | Réf. 3565

Calculer la valeur de l'intégrale $I = \displaystyle\int_0^{\pi} \left(x^2-2x+2\right)\cos(2x)\,\mathrm{d}x$ à l'aide de plusieurs intégrations par parties.

EX. 7 | Réf. 3502

Calculer les intégrales suivantes à l'aide d'une intégration par parties :

1. $\displaystyle\int_1^2 \frac{x\ln(x)}{\left(1+x^2\right)^2}\,\mathrm{d}x$;
2. $\displaystyle\int_{-1}^{1} \left(x^2+5x+6\right)\cos(2x)\,\mathrm{d}x$.

EX. 8 | Réf. 2336

1. Calculer à l'aide de deux intégrations par parties successives $I = \displaystyle\int_0^1 \left(x^2+x+1\right)\mathrm{e}^{\,x}\,\mathrm{d}x$.
2. On se propose de calculer $J = \displaystyle\int_1^2 \frac{1}{x}\sqrt{\frac{x-1}{x+1}}\,\mathrm{d}x$.
   a. Pour $u \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$, écrire sous forme d'un seul quotient l'expression :
   $$\frac{1}{1+u} + \frac{1}{1-u} - \frac{2}{1+u^2}.$$
   b. Effectuer le changement de variable $u = \sqrt{\dfrac{x-1}{x+1}}$ dans l'intégrale J, puis la calculer.

EX. 9 | Réf. 2994

Calculer l'intégrale I avec le changement de variable proposé :

$$I = \int_0^1 \frac{1}{\left(1+x^2\right)^2}\,\mathrm{d}x \text{ en posant } x = \tan(t)\,;$$

EX. 10 | Réf. 2995

Calculer l'intégrale I avec le changement de variable proposé :

$$I = \int_0^1 x^2\sqrt{1-x^2}\,\mathrm{d}t \text{ en posant } x = \sin(t)\,;$$

EX. 11 | Réf. 4849

Calculer les intégrales suivantes à l'aide d'une intégration par parties :

1. $\displaystyle\int_1^{\mathrm{e}} x^2\ln(x)\,\mathrm{d}x$;
2. $\displaystyle\int_0^1 x\arctan(x)\,\mathrm{d}x$;
3. $\displaystyle\int_1^{\mathrm{e}} \ln(x)\,\mathrm{d}x$;
4. $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\sin(x)\,\mathrm{d}x$.

EX. 12 | Réf. 2993

Calculer l'intégrale I avec le changement de variable proposé :

$$I = \int_0^1 \frac{x}{1+\sqrt{x}} \,\mathrm{d}x \text{ en posant } t = 1+\sqrt{x}.$$

EX. 13 | Réf. 2198

On désigne par I_1 et I_2 les deux intégrales suivantes :

$$I_1 = \int_0^{\pi} \mathrm{e}^{\,x} \cos(2x) \,\mathrm{d}x \qquad \text{et} \qquad I_2 = \int_1^{\mathrm{e}} \frac{1}{t + t\,(\ln(t))^2} \,\mathrm{d}t$$

1. À l'aide de deux intégrations par parties successives, calculer I_1.

2. À l'aide du changement de variable $x = \ln(t)$, calculer I_2.