Question de cours | Restitution de cours | Situation classique | 5 minutes | 2 points

Les énoncés ci-contre pourront vous être demandés explicitement avec toutes leurs hypothèses, avec ou sans démonstration:

- AN16 - Théorème 1 - Lien point critique et extremum
- AN16 - Théorème 2 - Signe et extremum d'une fonction quadratique
- AN16 - Théorème 3 - Nature d'un point critique

Pratique calculatoire | 20 minutes | 8 points

Calculer les dérivées partielles premières et secondes d'une fonction de $\mathbb{R}^2$ dans $\mathbb{R}$

et

Déterminer les extremums d'une fonction de $\mathbb{R}^2$ dans $\mathbb{R}$

Thématique(s) de la semaine

AL16 | Produit scalaire et orthogonalité dans $\mathbb{R}^n$

- Reprise programme précédent

AL17 | Bases orthonormées de $\mathbb{R}^n$

- Reprise programme précédent

AL18 | Supplémentaire orthogonal et projection orthogonale

- Reprise programme précédent

AN15 | Généralités sur les fonctions de deux variables

- Reprise programme précédent

AN16 | Extremum d'une fonction de deux variables

- Reprise programme précédent

Exemples de savoir faire à maîtriser

- Reprise programme précédent

Programme à venir...

Interrogations orales terminées...

Pour la pratique calculatoire

EX. 1 | Réf. 4841

On considère $f : \begin{array}{|lcl} \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ (x,y) & \longmapsto & xy - x^2y - xy^2 \end{array}$.

1. Déterminer les points critiques de f.
2. Justifier l'existence d'extremums pour f sur $\mathbb{R}^2$, puis les déterminer en indiquant où ils sont atteints.

Sur l'ensemble du programme

EX. 2 | Réf. 1558

Déterminer les domaines de définition et étudier les extremums des fonctions suivantes :

1. $f(x,y) = x^2 - 4x + 3 + y^3 + 6y$
2. $g(x,y) = (x-y)^2 + x^4 + y^4$
3. $h(x,y) = (y-x)\mathrm{e}^{x-y}$
4. $k(x,y) = x^2 - y^2$

EX. 3 | Réf. 1561

On considére la fonction de deux variables f donnée par : $f : \left| \begin{array}{ccc} U & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ (x,y) & \longmapsto & \dfrac{x-2y}{x-y} \end{array} \right.$

où $U = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2,\ x-y \neq 0\right\}$.
Déterminer une expression des dérivées partielles d'ordre 1 et 2 de f sur U.

EX. 4 | Réf. 1562

On considére la fonction de deux variables f donnée par : $f : \left| \begin{array}{ccc} U & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ (x,y) & \longmapsto & \dfrac{x+3y}{x-y} \end{array} \right.$

où $U = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2,\ x-y \neq 0\right\}$.
Déterminer une expression des dérivées partielles d'ordre 1 et 2 de f sur U.

EX. 5 | Réf. 3236

Pour chacune des formes quadratiques suivantes, identifier les éventuels extrema :

1. $f_1 : (x,y) \longmapsto -x^2 + 2xy - y^2$
2. $f_2 : (x,y) \longmapsto -x^2 + 4xy + 4y^2$
3. $f_3 : (x,y) \longmapsto 4x^2 - 2xy - y^2$
4. $f_4 : (x,y) \longmapsto -2x^2 + 2xy - y^2$

EX. 6 | Réf. 3237

Pour chacune des formes quadratiques suivantes, identifier les éventuels extrema :

1. $f_1 : (x,y) \longmapsto x^2 + 2xy - y^2$
2. $f_2 : (x,y) \longmapsto -x^2 - 4xy + 2y^2$
3. $f_3 : (x,y) \longmapsto -x^2 - 3xy + y^2$
4. $f_4 : (x,y) \longmapsto -2x^2 - xy - y^2$