Question de cours - 5 minutes - 2 points

Les énoncés ci-contre pourront vous être demandés explicitement avec toutes leurs hypothèses, avec ou sans démonstration:

- AN05 - Théorème 7 - Critère de convergence pour les séries géométriques
- AN05 - Proposition 3 - Séries géométriques dérivées
- AN05 - Théorème 8 - Critère de convergence pour les séries de Riemann

Pratique calculatoire - 15/20 minutes - 8 points

Étudier la convergence et calculer la somme d'une série à partir de la suite des sommes partielles dont on explicitera au préalable le terme général

On privilégiera les séries téléscopiques.

Thématique(s) de la semaine - 30 minutes - 10 points

Un ou plusieurs exercice(s) vous sera(ont) proposé(s) par votre interrogateur tels ceux proposés dans la banque d'exercices ci-après.
Ils porteront sur les chapitres et savoir-faire détaillés ci-dessous.

AN04 | Comparaison de suites | CHAPITRE CULTUREL | NOTION A PRIORI HORS PROGRAMME

- Suites négligeables ou prépondérantes
- Suites équivalentes
- Transitivité pour la prépondérance et l'équivalence de suites
- Conservation du signe par équivalence
- Échelle de comparaison en $+\infty$
- Équivalents usuels, dont polynômes et quotient de polynômes en $+\infty$.
- Limites et équivalents

AN05 | Séries numériques

- Somme partielle et série numérique
- Opérations sur les séries
- Séries absolument convergentes
- Séries géométriques et séries dérivées
- Séries de Riemann
- Série exponentielle

Exemples de savoir faire à maîtriser

- Étudier la convergence d'une série numérique à partir de l'expression du terme général de la suite des sommes partielles
- Étudier la convergence et calculer la somme d'une série se ramenant à une série de référence à partir de l'expression du terme général de la suite des sommes partielles

Programme à venir

Théorème de convergence des séries numériques | Séries numériques (suites)

Pour la pratique calculatoire

Exercice| [4294] | 1| Séries numériques

(1). Montrer que la série numérique $\sum \frac{1}{n^2+4n+3}$ est convergente.

(2). Déterminer $(a,b)\in\mathbb{R}^2$ tels que : $\quad \forall n\in\mathbb{N},\quad \frac{1}{(n+1)(n+3)} = \frac{a}{n+1}+\frac{b}{n+3}$.

(3). En déduire la somme de la série $\sum \frac{1}{n^2+4n+3}$.

Exercice| [2838] | 2| Calcul de la somme d'une série

Calculer la somme de la série $\sum_{n\geq 1} \ln\left(1-\frac{1}{(n+2)^2}\right)$.

Sur l'ensemble du programme

Exercice| [4276] | 3| Somme d'une série

Étudier la convergence de la série numérique $\sum_{n\geq 2}\left(\frac{3^n}{7^{n-2}}\right)$ et en calculer la somme.

Exercice| [4273] | 4| Séries numériques

Étudier la convergence et calculer la somme de la série $\sum u_n$ où le terme général de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est donné par :

$$\forall n\in\mathbb{N},\quad u_n=\ln\left(1-\frac{1}{(n+2)^2}\right)$$

Exercice| [4277] | 5| Somme d'une série

On considère la série numérique $\sum u_n$ où : $\quad \forall n\in\mathbb{N}^*,\ u_n=\ln\left(\frac{n(n+2)}{(n+1)^2}\right)$.

(1). Déterminer le terme général de la suite des sommes partielles de la série $\sum u_n$.

(2). En déduire la convergence et la somme de la série $\sum u_n$.

Exercice| [2838] | 6| Calcul de la somme d'une série

Calculer la somme de la série $\displaystyle\sum_{n\geq 1} \ln\left(1 - \frac{1}{(n+2)^2}\right)$.

Exercice| [4291] | 7| Séries numériques

On considère série numérique $\sum u_n$ où : $\quad \forall n \in \mathbb{N},\ u_n = \dfrac{n^3 - 3n^2 + 1}{(n+3)!}$.

(1). Déterminer $(a, b, c) \in \mathbb{R}^3$, $n^3 - 3n^2 + 1 = (n+3)(n+2)(n+1) + a(n+3)(n+2) + b(n+3) + c$.

(2). En déduire alors l'expression du terme général de la suite des sommes partielles de la série $\sum u_n$.

(3). Montrer que $\sum u_n$ est convergente, et en calculer la somme.