Question de cours - 5 minutes - 2 points

Les énoncés ci-contre pourront vous être demandés explicitement avec toutes leurs hypothèses, avec ou sans démonstration:

- TX02 - Proposition 1 - Opérations sur les puissances
- TX04 - Théorème 1 - Relation fondamentale et formules de calcul | Cas de la fonction $\ln$
- CL01 - Théorème 1 - Sommes des premiers entiers et puissances

Pratique calculatoire - 15/20 minutes - 8 points

Simplification d'expression(s) faisant intervenir des puissances

et

Résolution complète par échelonnement réduit en lignes d'un système linéaire de taille 3×3

La résolution doit se faire impérativement par un échelonnement réduit en lignes en respectant l'algorithme de Gauss pour la résolution des systèmes linéaires.
Toute résolution ne respectant pas ce point ne sera pas acceptée par votre interrogateur.

Thématique(s) de la semaine - 30 minutes - 10 points

Un ou plusieurs exercice(s) vous sera(ont) proposé(s) par votre interrogateur tels ceux proposés dans la banque d'exercices ci-après.
Ils porteront sur les chapitres et savoir-faire détaillés ci-dessous.

TX01 | Manipuler les écritures fractionnaires

- Tout...

TX02 | Manipuler les puissances et les radicaux

- Tout...

TX03 | Calcul algébrique

- Tout...

TX04 | Opérations avec $\ln$ et $\exp$

- Tout...

TX05 | Équations de degré 1 ou 2 et s'y ramenant

- Tout...

AL01 | Représentation matricielle des systèmes linéaires

- Résolution de systèmes 2×2 et 3×3
- Représentation matricielle d'un système linéaire 2×2 et 3×3
- Résolution et problématique liée aux systèmes rectangulaires
- Extension des définitions aux systèmes $n \times p$
- Opérations élémentaires sur un système
- Systèmes équivalents en lignes
- Algorithme de Gauss

AL02 | Échelonnement de systèmes linéaires

- Matrice échelonnée en lignes et réduite en lignes
- Inconnues principales et secondaires
- Rang d'un système
- Équation de compatibilité
- Système compatible et incompatible
- Solutions d'un système lnéaire compatible
- Structure des solutions d'un système homogène

CL01 - Claculs de sommes et de produit finis

- Symbole $\sum$ et somme de termes consécutifs d'une suite
- Somme des entiers et des puissances
- Opérations sur les sommes : relations de Chasles, combinaisons linéaires et changement d'indice
- Sommes téléscopiques

Exemples de savoir faire à maîtriser

- Résoudre un système par échelonnement réduit
- Expliciter les solutions d'un système linéaire
- Déterminer le rang d'un système
- Utiliser les formules de sommes usuelles
- Faire un changement d'indice dans une somme

Programme à venir

Reprise du programme actuel | Sommes finies (suite) | Formule du Binôme

Pour la pratique calculatoire

Exercice| [4895] | 1| Simplification de quotients

Exprimer le quotient ci-dessous uniquement à l'aide de puissances d'entiers appartenant à $\{2,3,5,7\}$:

$$A = \frac{8 \times (7 \times 5)^5 \times \dfrac{5^2 \times 7^3}{7^4 \times 5^5} \times \left(7^{-2}\right)^2}{21^4 \times \left(2^2 \times 5^3\right)^{-2}}$$

Exercice| [2740] | 2| Sytème linéaire 3×3

Résoudre le système $\mathcal{S}$ d'inconnue le triplet $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ ci-dessous :

$$\mathcal{S} : \begin{cases} x - y + 2z = 9 \\ -x + y + 2z = 3 \\ 2x - y + z = 8 \end{cases}$$

Sur l'ensemble du programme

Exercice| [2278] | 3| Système 2×2

Résoudre le système $\mathcal{S}$: $\begin{cases} -4x + 5y = -9 \\ 12x - 3y = 7 \end{cases}$.

Exercice| [3124] | 4| Systèmes linéaires

Pour chacun des deux systèmes suivants donnés sous leur forme matricielle, déterminer leur rang, leur comptabilité et lorsque c'est le cas l'ensemble de leur(s) solution(s).

$$\mathcal{S}_1 : \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 1 & 1 \\ 5 & 0 & -5 & 1 \\ 2 & -1 & -2 & 0 \\ -1 & 1 & 2 & 1 \end{array}\right) \quad \text{et} \quad \mathcal{S}_2 : \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & -2 & 1 \\ -1 & -1 & -2 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & -4 & -3 & 3 \end{array}\right)$$

Exercice| [2133] | 5| Systèmes linéaires

Pour les deux systèmes suivants :

- Déterminer le rang du système ;
- Déterminer la matrice échelonnée réduite du système ;
- Le résoudre.

$$\mathcal{S}_1 : \begin{cases} 2x - y - 2z = -2 \\ -x + 3y - 2z = 7 \\ 5x - 5y + 6z = -11 \end{cases} \quad \text{et} \quad \mathcal{S}_2 : \begin{cases} -2t + x - 2y + 3z = -12 \\ -t + x - y + z = -5 \\ 2t + 2x + 3y - z = 15 \\ -2t + 4x + y + z = -1 \end{cases}$$

Exercice| [1061] | 6| Systèmes à paramètres

Discuter et résoudre en fonction du paramètre réel a les systèmes linéaires d'inconnue le couple $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.

$$\mathcal{S}_1 : \begin{cases} x + y = 1 \\ x + a^2 y = a \end{cases} \qquad \mathcal{S}_2 : \begin{cases} (a-1)x + 2ay = -2 \\ 2ax - (a-1)y = a - 1 \end{cases}$$

Exercice| [1062] | 7| Systèmes à paramètres

Discuter et résoudre en fonction de m :

$$\begin{cases} mx + y + z = X \\ x + my + z = Y \\ x + y + mz = Z \end{cases} \qquad \begin{cases} (m+1)x + my = 2m \\ mx + (m+1)y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - my + m^2 z = 2m \\ mx - m^2 y + mz = 2m \\ mx + y - m^2 z = 1 - m \end{cases} \qquad \begin{cases} (m-1)x - my = m \\ (m+1)x + (m+1)y = m^2 - 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + my = m^2 \\ mx + y = m^2 \end{cases}$$

Exercice| [2977] | 8| Calcul de somme finie

Soit $n \in \mathbb{N}$ avec $n \geq 2$. Exprimer en fonction de n la somme $S = \displaystyle\sum_{k=3}^{2n} \left(2^{3k+1} \times \frac{3^{k+1}}{4^k} \right)$.

Exercice| [2700] | 9| Changement d'indice

Calculer $\displaystyle\sum_{k=3}^{50} \frac{k^2 - k - 2}{k - 2}$ en utilisant le changement d'indice $j = k - 2$.

Exercice| [3008] | 10| Sommes téléscopiques

Soit $n \in \mathbb{N}$ avec $n \geq 2$. Exprimer en fonction de n la somme $S_n = \displaystyle\sum_{k=2}^{n} \ln\left(\frac{k^2+k-2}{(k+3)^2}\right)$.

Exercice| [2505] | 11| Somme téléscopique

Calculer $\displaystyle\sum_{k=2}^{n} \ln\left(1 - \frac{1}{k^2}\right)$ où $n \geq 2$.

Exercice| [2999] | 12| Calculs de sommes

Soit $n \in \mathbb{N}$. Calculer la somme $S_n = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{2^k - 3^k}{4^{k+1}}$.

Exercice| [1767] | 13| Sommes

Soit n un entier naturel non nul.

(1). En remarquant que $(k+1)^3 - k^3 = 3k^2 + 3k + 1$, calculer $S_2 = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} k^2$.

(2). Sur le même principe, calculer $S_3 = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} k^3$.

Exercice| [0349] | 14| Calcul de somme

Calculer la somme :

$$S_n = 1 + 11 + 111 + \ldots + 111\ldots1$$

le dernier terme de cette somme étant formé de n chiffres 1.