Question de cours | Restitution de cours | Situation classique | 5 minutes | 2 points

Les énoncés ci-contre pourront vous être demandés explicitement avec toutes leurs hypothèses, avec ou sans démonstration:

- Donner une recette inratable pour réaliser des crêpes pour 4 personnes. Vous devrez indiquer la liste des ingrédients, ainsi que la recette explicite avec les opérations dans le bon ordre pour que la pâte ne fasse pas de grumeaux
- Donner une recette inratable pour réaliser des pancakes pour 4 personnes. Vous devrez indiquer la liste des ingrédients, ainsi que la recette explicite avec les opérations dans le bon ordre pour que la pâte ne fasse pas de grumeaux
- Donner une recette inratable pour réaliser des oreillettes pour 4 personnes. Vous devrez indiquer la liste des ingrédients, ainsi que la recette explicite avec les opérations dans le bon ordre pour que la pâte ne fasse pas de grumeaux

Pratique calculatoire | 20 minutes | 8 points

Utiliser une étude de fonctions pour établir une inégalité ou en encadrement

Pour valoriser votre prestation, n'hésitez pas à soudoyer votre interrogateur avec la mise en pratique au préalable de la recette que vous aurez présenté.

Thématique(s) de la semaine | 30 minutes | 10 points

AN06 | Calculs de limites

- Reprise programme précédent

AN07 | Fonctions continues sur un intervalle

- Continuité en un point, à gauche et à droite
- Prolongement par continuité
- Opérations sur les fonctions continues
- Théorème des valeurs intermédiaires et déclinaisons
- Théorème des bornes atteintes

AN08 | Dérivée d'une fonction et interprétation graphique

- Dérivabilité en un point, à gauche et à droite
- Tangentes horizontales, verticales
- Dérivées usuelles
- Opérations sur les fonctions dérivables

AN09 | Théorèmes fondamentaux de la dérivation

- Condition d'existence d'un extremum local
- Théorème de Rolle
- Théorème des accroissements finis et inégalités
- Lien variations et signe de la dérivée
- Notion de classe $\mathcal{C}^k$ et $\mathcal{C}^\infty$.

Exemples de savoir faire à maîtriser

- Calculer une limite par opérations
- Manipuler les théorèmes d'encadrement
- Étudier la continuité d'une fonction en un point
- Étudier la dérivabilité d'une fonction en un point
- Effectuer un prolongement par continuité
- Calculer la dérivée d'une fonction
- Étudier les variations d'une fonction

Programme à venir...

Reprise programme

Pour la pratique calculatoire

EX. 1 | Réf. 5293

On considère alors la fonction f donnée par : $f : \left| \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & \mathrm{e}^{x} - x - 1 \end{array} \right.$

1. Justifier la continuité et la dérivabilité de f sur $\mathbb{R}$.
2. Calculer $f'(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$, puis en déduire le signe de $f'(x)$ de sur $\mathbb{R}$.
3. Construire le tableau des variations de f, y compris les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.
4. En déduire que : $(\star) : \forall x \in \mathbb{R}, \, x + 1 \leq \mathrm{e}^{x}$.

Sur l'ensemble du programme

EX. 2 | Réf. 2792

Déterminer les limites éventuelles en 0 et $+\infty$ des fonctions $f_1 : x \longmapsto x\sqrt{1 + (\ln(x))^2}$ et $f_2 : x \longmapsto \dfrac{\ln(x) - 2}{\ln(x) + 2}$.

EX. 3 | Réf. 2795

Déterminer les limites éventuelles en 0 des fonctions :

1. $f_1 : x \longmapsto \dfrac{\ln(1 + 3x)}{x}$;
2. $f_2 : x \longmapsto \dfrac{\mathrm{e}^{-x^2} - 1}{x}$;
3. $f_3 : x \longmapsto \dfrac{\ln(x) - 1}{x - \mathrm{e}}$;
4. $f_4 : x \longmapsto \dfrac{\sin\left(\frac{x}{2}\right)}{x}$.

EX. 4 | Réf. 2817

Déterminer éventuelle la limite en 1 de la fonction $f : x \longmapsto \dfrac{2x^2 - 5x + 3}{2x^2 - x - 1}$.

EX. 5 | Réf. 2808

1. Déterminer la limite éventuelle en $+\infty$ de la fonction $f : x \longmapsto \dfrac{\sin(x)}{\mathrm{e}^{x}}$.
2. Déterminer la limite éventuelle en $-\infty$ de la fonction : $x \longmapsto \dfrac{x^2 + 5x - 3}{x^3 - 5x^2 + 9}$.
3. Déterminer la limite éventuelle en 0 de la fonction : $x \longmapsto \dfrac{\mathrm{e}^{\sin(2x)} - 1}{x}$.

EX. 6 | Réf. 2812

Soit $f : \left| \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & \dfrac{\sqrt{x^2 + 1}}{x} \end{array} \right.$.

1. Montrer que : $\forall x \in \mathbb{R}_+^*, \quad x^2 < 1 + x^2 < (1 + x)^2$.
2. En déduire un encadrement de f sur $\mathbb{R}_+^*$.
3. Déterminer alors la limite en $+\infty$ de f.

EX. 7 | Réf. 3192

Peut-on prolonger par continuité en 1 la fonction $f : x \longmapsto \dfrac{x - 1}{\sqrt{x} - 1}$? Si oui, le faire.

EX. 8 | Réf. 2808

1. Déterminer la limite éventuelle en $+\infty$ de la fonction $f : x \longmapsto \dfrac{\sin(x)}{\mathrm{e}^{x}}$.
2. Déterminer la limite éventuelle en $-\infty$ de la fonction : $x \longmapsto \dfrac{x^2+5x-3}{x^3-5x^2+9}$.
3. Déterminer la limite éventuelle en 0 de la fonction : $x \longmapsto \dfrac{\mathrm{e}^{\sin(2x)}-1}{x}$.

EX. 9 | Réf. 2024

Soit f la fonction définie par :

$$f : x \longmapsto \frac{x^2\mathrm{e}^{-x}}{1-\mathrm{e}^{-2x}}$$

La fonction f est-elle prolongeable par continuité en 0 ?

EX. 10 | Réf. 2029

Soit $f : \left| \begin{array}{ccc} [-1;+\infty[& \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & \begin{cases} \dfrac{\sqrt{1+x}-1}{x} & \text{si } x \neq 0 \\ \dfrac{1}{2} & \text{si } x = 0 \end{cases} \end{array} \right.$.

Montrer que f est continue sur son domaine de définition.

EX. 11 | Réf. 0511

1. Soit $g : \left| \begin{array}{ccc}]0;+\infty[& \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & x^2-\ln(x) \end{array} \right.$.
   - **a.** Déterminer l'expression de $g'(x)$ pour tout $x \in]0;+\infty[$ et l'exprimer sous forme d'un seul quotient.
   - **b.** Dresser alors le tableau de variations pour g.
     On ne demande pas de calculer les limites de g aux bornes de son ensemble de définition.
   - **c.** En déduire le signe de g sur $]0;+\infty[$.
2. Soit $f : \left| \begin{array}{ccc}]0;+\infty[& \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & x+\dfrac{1+\ln x}{x} \end{array} \right.$.
   - **a.** Déterminer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.
   - **b.** Montrer que : $\forall x \in]0;+\infty[, \quad f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^2}$.
   - **c.** Dresser le tableau de variations complet pour f.