Question de cours | Restitution de cours | Situation classique | 5 minutes | 2 points

Les énoncés ci-contre pourront vous être demandés explicitement avec toutes leurs hypothèses, avec ou sans démonstration:

- DEUX formules de trigonométrie issue du chapitre **FN02** vous seront systématiquement demandée.

Pratique calculatoire | 20 minutes | 8 points

Déterminer l'ensemble de définition d'une fonction

et

Calcul(s) de limites avec levée de forme(s) indéterminée(s) et/ou utilisation des croissances comparées

Pour la recherche d'un ensemble de définition, votre interrogateur vous proposera une expression sous forme d'un quotient faisant en plus intervenir un radical ou un logarithme, éventuellement les deux.

Thématique(s) de la semaine | 30 minutes | 10 points

FN01 | Fonctions et représentations graphiques

- Reprise programme précédent

FN02 | Fonctions trigonométriques et expressions trigonométriques

- Reprise programme précédent

FN03 | Étude des fonctions trigonométriques

- Reprise programme précédent

FN04 | Autour d'exponentielle et du logarithme

- Reprise programme précédent

AN06 | Calculs de limites

- Reprise programme précédent

Exemples de savoir faire à maîtriser

- Reprise programme précédent

Programme à venir...

Continuité | Dérivabilité | Études de fonctions

Pour la pratique calculatoire

EX. 1 | Réf. 2635

Déterminer l'ensemble de définition de la fonction $f : x \longmapsto \dfrac{\sqrt{\dfrac{x+1}{x-1}}}{x^2-5x+6}$.

Se reporter aux calculs de limites de la feuille de **TD23**
`https://chauvetmath.fr/front/documents/TD_23.pdf`

Sur l'ensemble du programme

EX. 2 | Réf. 0503

Soit $f : x \longmapsto \left(\dfrac{\mathrm{e}^{x}+\mathrm{e}^{-x}}{2}\right)^2 - \left(\dfrac{\mathrm{e}^{x}-\mathrm{e}^{-x}}{2}\right)^2$.
Écrire $f(x)$ le plus simplement possible.

EX. 3 | Réf. 2634

Déterminer le domaine de définition des fonctions f et g où :

$$f : x \mapsto \frac{2x-3}{1+2x} \text{ et } g : x \mapsto \frac{\sqrt{2x-3}}{x-1}.$$

EX. 4 | Réf. 2639

Soient $f : \left| \begin{array}{ccc}]-\infty;3] & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & 2+\sqrt{3-x} \end{array} \right.$ et $g : \left| \begin{array}{ccc} [2;+\infty[& \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & -x^2+4x-1 \end{array} \right.$.
Déterminer $f \circ g$ et $g \circ f$.

EX. 5 | Réf. 2687

On considère la fonction $f : x \longmapsto \ln\left(\dfrac{x^2+1}{x^2-1}\right)$.

1. Déterminer l'ensemble de définition $\mathcal{D}_f$ de f.
2. Étudier la parité de f.

EX. 6 | Réf. 1820

On considère la fonction f définie par $f(x) = \ln\left(\dfrac{3+x}{3-x}\right)$.

1. Déterminer son domaine de définition.
2. f est-elle impaire ? Justifier.

EX. 7 | Réf. 1855

On considère la fonction $f : x \longmapsto \dfrac{x^2-|x|}{|x^2-1|}$.

1. Déterminer le domaine de définition de la fonction.
2. Étudier la parité de f.

EX. 8 | Réf. 2638

On considère $f : x \longmapsto x^2+1$ et $g = \ln$. Expliciter la fonction $g \circ f$ et la fonction $f \circ g$, puis en déterminer pour chacune le domaine de définition.

EX. 9 | Réf. 1948

Dans chaque cas, donner le domaine de définition de la fonction f puis en étudier la parité.

1. $f : x \longmapsto (x-3)^2 - (x+3)^2$;
2. $f : x \longmapsto \sqrt{x^2-4}$;
3. $f : x \longmapsto \dfrac{|x|}{x^3-4x}$.

EX. 10 | Réf. 2642

On considère la fonction $f : x \longmapsto \dfrac{1}{x^2} + \ln\left(x^2\right)$.

1. Déterminer le domaine de définition de f.
2. Étudier la parité de la fonction.

EX. 11 | Réf. 2850

1. Sous réserve que toutes les expressions manipulées aient du sens, montrer que $\cos(x)\cos(2x)\cos(4x) = \dfrac{\sin(8x)}{8\sin(x)}$.
2. Calculer alors $\cos\left(\dfrac{\pi}{7}\right)\cos\left(\dfrac{2\pi}{7}\right)\cos\left(\dfrac{4\pi}{7}\right)$ et $\cos\left(\dfrac{\pi}{9}\right)\cos\left(\dfrac{2\pi}{9}\right)\cos\left(\dfrac{4\pi}{9}\right)$.

EX. 12 | Réf. 2849

1. Montrer que, pour tout $(a, b) \in \mathbb{R}^2, \quad 2\sin(a)\cos(b) = \sin(a+b) + \sin(a-b)$.
2. En déduire que $2\sin\left(\dfrac{\pi}{7}\right)\left(\cos\left(\dfrac{\pi}{7}\right) + \cos\left(\dfrac{3\pi}{7}\right) + \cos\left(\dfrac{5\pi}{7}\right)\right) = \sin\left(\dfrac{6\pi}{7}\right)$.

EX. 13 | Réf. 2851

Exprimer en fonction de $\cos(2x)$ et $\sin(2x)$:

1. $\cos^4(x) - \sin^4(x)$;
2. $\cos^4(x) + \sin^4(x)$.

EX. 14 | Réf. 2792

Déterminer les limites éventuelles en 0 et $+\infty$ des fonctions $f_1 : x \longmapsto x\sqrt{1 + (\ln(x))^2}$ et $f_2 : x \longmapsto \dfrac{\ln(x) - 2}{\ln(x) + 2}$.

EX. 15 | Réf. 2795

Déterminer les limites éventuelles en 0 des fonctions :

1. $f_1 : x \longmapsto \dfrac{\ln(1+3x)}{x}$;
2. $f_2 : x \longmapsto \dfrac{\mathrm{e}^{-x^2} - 1}{x}$;
3. $f_3 : x \longmapsto \dfrac{\ln(x) - 1}{x - \mathrm{e}}$;
4. $f_4 : x \longmapsto \dfrac{\sin\left(\dfrac{x}{2}\right)}{x}$.

EX. 16 | Réf. 2817

Déterminer éventuelle la limite en 1 de la fonction $f : x \longmapsto \dfrac{2x^2 - 5x + 3}{2x^2 - x - 1}$.

EX. 17 | Réf. 2808

1. Déterminer la limite éventuelle en $+\infty$ de la fonction $f : x \longmapsto \dfrac{\sin(x)}{\mathrm{e}^{x}}$.
2. Déterminer la limite éventuelle en $-\infty$ de la fonction : $x \longmapsto \dfrac{x^2 + 5x - 3}{x^3 - 5x^2 + 9}$.
3. Déterminer la limite éventuelle en 0 de la fonction : $x \longmapsto \dfrac{\mathrm{e}^{\sin(2x)} - 1}{x}$.

EX. 18 | Réf. 2812

Soit $f : \left| \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & \dfrac{\sqrt{x^2+1}}{x} \end{array} \right.$.

1. Montrer que : $\forall x \in \mathbb{R}_+^*, \quad x^2 < 1 + x^2 < (1+x)^2$.
2. En déduire un encadrement de f sur $\mathbb{R}_+^*$.
3. Déterminer alors la limite en $+\infty$ de f.

EX. 19 | Réf. 2808

1. Déterminer la limite éventuelle en $+\infty$ de la fonction $f : x \longmapsto \dfrac{\sin(x)}{\mathrm{e}^{x}}$.
2. Déterminer la limite éventuelle en $-\infty$ de la fonction : $x \longmapsto \dfrac{x^2+5x-3}{x^3-5x^2+9}$.
3. Déterminer la limite éventuelle en 0 de la fonction : $x \longmapsto \dfrac{\mathrm{e}^{\sin(2x)}-1}{x}$.

EX. 20 | Réf. 2029

Soit $f : \left| \begin{array}{ccc} [-1;+\infty[& \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & \begin{cases} \dfrac{\sqrt{1+x}-1}{x} \text{ si } x \neq 0 \\ \dfrac{1}{2} \text{ si } x = 0 \end{cases} \end{array} \right.$.

Montrer que f est continue sur son domaine de définition.