Question de cours - 5 minutes - 2 points

Les énoncés ci-contre pourront vous être demandés explicitement avec toutes leurs hypothèses, avec ou sans démonstration:

- AN16 - Théorème 1 - Lien point critique et extremum
- AN16 - Théorème 2 - Signe et extremum d'une fonction quadratique
- AN16 - Théorème 3 - Nature d'un point critique

Pratique calculatoire - 15/20 minutes - 8 points

Déterminer les extremums d'une fonction $f : \Omega \longrightarrow \mathbb{R}$ de classe $\mathcal{C}^2$ sur Ω où Ω est un ouvert de $\mathbb{R}^2$.

Thématique(s) de la semaine - 30 minutes - 10 points

Un ou plusieurs exercice(s) vous sera(ont) proposé(s) par votre interrogateur tels ceux proposés dans la banque d'exercices ci-après.
Ils porteront sur les chapitres et savoir-faire détaillés ci-dessous.

AN15 | Généralités sur les fonctions de deux variables

- Graphe et de lignes de niveau pour $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ | Cas particulier des formes linéaires de $\mathbb{R}^2$ dans $\mathbb{R}$
- Dérivées partielles d'ordre 1 et d'ordre 2
- Notion de partie ouverte de $\mathbb{R}^2$ | Culturel
- Notion de classe $\mathcal{C}^1$ et $\mathcal{C}^2$ | Culturel
- Théorème de Schwarz

AN16 | Extremum d'une fonction de deux variables

- Notion de point critique
- Lien point critique et extremum
- Extremum des fonctions quadratiques
- Extremum d'une fonction de $\mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ à partir de ceux d'une forme quadratique

Exemples de savoir faire à maîtriser

- Reprise programme précdent
- Calculer les dérivées partielles d'ordre 1 et d'ordre 2 pour $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$
- Déterminer les extremums d'une forme quadratique
- Déterminer les points critiques d'une fonction de $\mathbb{R}^2$ dans $\mathbb{R}$
- Déterminer les extremums d'une fonction de $\mathbb{R}^2$ dans $\mathbb{R}$

Programme à venir

Même programme d'interrogation

Pour la pratique calculatoire

Exercice| [1558] | 1| Extremum

Déterminer les domaines de définition et étudier les extremums des fonctions suivantes :

(1). $f(x,y) = x^2 - 4x + 3 + y^3 + 6y$

(2). $g(x,y) = (x-y)^2 + x^4 + y^4$

(3). $h(x,y) = (y-x)\mathrm{e}^{x-y}$

(4). $k(x,y) = x^2 - y^2$

Sur l'ensemble du programme

Exercice| [1561] | 2| Dérivées partielles

On considère la fonction de deux variables f donnée par : $f : \left| \begin{array}{ccc} U & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ (x,y) & \longmapsto & \dfrac{x-2y}{x-y} \end{array} \right.$

où $U = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2,\ x - y \neq 0\right\}$.
Déterminer une expression des dérivées partielles d'ordre 1 et 2 de f sur U.

Exercice| [3236] | 3| Forme quadratique

Pour chacune des formes quadratiques suivantes, identifier les éventuels extrema :

(1). $f_1 : (x,y) \longmapsto -x^2 + 2xy - y^2$

(2). $f_2 : (x,y) \longmapsto -x^2 + 4xy + 4y^2$

(3). $f_3 : (x,y) \longmapsto 4x^2 - 2xy - y^2$

(4). $f_4 : (x,y) \longmapsto -2x^2 + 2xy - y^2$

Exercice| [4841] | 4| Extremum

n considère $f : \left| \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ (x,y) & \longmapsto & xy - x^2y - xy^2 \end{array} \right.$.

(1). Déterminer les points critiques de f.

(2). Justifier l'existence d'extremums pour f sur $\mathbb{R}^2$, puis les déterminer en indiquant où ils sont atteints.