Question de cours | Restitution de cours | Situation classique | 5 minutes | 2 points

Les énoncés ci-contre pourront vous être demandés explicitement avec toutes leurs hypothèses, avec ou sans démonstration:

- DEUX formules de trigonométrie issue du chapitre **FN02** vous seront systématiquement demandée.

Pratique calculatoire | 20 minutes | 8 points

Déterminer l'ensemble de définition d'une fonction

et

Calcul(s) de limites avec levée de forme(s) indéterminée(s) et/ou utilisation des croissances comparées

Pour la recherche d'un ensemble de définition, votre interrogateur vous proposera une expression sous forme d'un quotient faisant en plus intervenir un radical ou un logarithme, éventuellement les deux.

Thématique(s) de la semaine | 30 minutes | 10 points

FN01 | Fonctions et représentations graphiques

- Ensemble de définition d'une fonction
- Opérations sur les fonctions
- Image d'un ensemble par une fonction
- Variation d'une fonction
- Fontions paires, impaires et périodiques
- Fonctions de références

FN02 | Fonctions trigonométriques et expressions trigonométriques

- Cercle trigonométrique, fonctions cosinus et sinus par enroulement de la droite réelle
- Fonction tangente
- Propriétés de périodicité et de symétrie
- Lignes trigonométriques remarquables
- Transformations d'expressions trigonométriques : déphasage de cosinus en sinus et inversément, formule d'additions des arcs, formule de duplication

FN03 | Étude des fonctions trigonométriques

- Fonction cosinus
- Fonction sinus
- Fonction tangente

FN04 | Autour d'exponentielle et du logarithme

- Fonction logarithme
- Fonction exponentielle
- Fonction $x \longmapsto x^\alpha$

AN06 | Calculs de limites

- Limites de références
- Limites à gauche et à droite
- Limite en $\pm\infty$ de polynômes et d'un quotient de polynômes
- Opérations sur les limites
- Croissances comparées
- Limites et caratère borné
- Théorèmes d'encadrement et de la limite monotone

Exemples de savoir faire à maîtriser

- Manipuler les fonctions trigonométriques et les différentes formules pour transformer une expression
- Utiliser les propriétés opératoires des fonctions puissances, $\sqrt{\bullet}$, $\ln$ et $\exp$ pour simplifier au mieux une expression
- Obtenir le domaine de définition d'une fonction

- Étudier la parité d'une fonction
- Calculer une limite par opérations
- Manipuler les théorèmes d'encadrement

Programme à venir...

Reprise programme

Pour la pratique calculatoire

EX. 1 | Réf. 2635

Déterminer l'ensemble de définition de la fonction $f : x \longmapsto \dfrac{\sqrt{\dfrac{x+1}{x-1}}}{x^2-5x+6}$.

Se reporter aux calculs de limites de la feuille de **TD23**
https://chauvetmath.fr/front/documents/TD_23.pdf

Sur l'ensemble du programme

EX. 2 | Réf. 0503

Soit $f : x \longmapsto \left(\dfrac{\mathrm{e}^{x}+\mathrm{e}^{-x}}{2}\right)^2 - \left(\dfrac{\mathrm{e}^{x}-\mathrm{e}^{-x}}{2}\right)^2$.
Écrire $f(x)$ le plus simplement possible.

EX. 3 | Réf. 2634

Déterminer le domaine de définition des fonctions f et g où :

$$f : x \mapsto \frac{2x-3}{1+2x} \text{ et } g : x \mapsto \frac{\sqrt{2x-3}}{x-1}.$$

EX. 4 | Réf. 2639

Soient $f : \left| \begin{array}{ccc}]-\infty;3] & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & 2+\sqrt{3-x} \end{array} \right.$ et $g : \left| \begin{array}{ccc} [2;+\infty[& \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & -x^2+4x-1 \end{array} \right.$.
Déterminer $f \circ g$ et $g \circ f$.

EX. 5 | Réf. 2687

On considère la fonction $f : x \longmapsto \ln\left(\dfrac{x^2+1}{x^2-1}\right)$.

1. Déterminer l'ensemble de définition $\mathcal{D}_f$ de f.
2. Étudier la parité de f.

EX. 6 | Réf. 1820

On considère la fonction f définie par $f(x) = \ln\left(\dfrac{3+x}{3-x}\right)$.

1. Déterminer son domaine de définition.
2. f est-elle impaire ? Justifier.

EX. 7 | Réf. 1855

On considère la fonction $f : x \longmapsto \dfrac{x^2 - |x|}{|x^2 - 1|}$.

1. Déterminer le domaine de définition de la fonction.
2. Étudier la parité de f.

EX. 8 | Réf. 2638

On considère $f : x \longmapsto x^2 + 1$ et $g = \ln$. Expliciter la fonction $g \circ f$ et la fonction $f \circ g$, puis en déterminer pour chacune le domaine de définition.

EX. 9 | Réf. 1948

Dans chaque cas, donner le domaine de définition de la fonction f puis en étudier la parité.

1. $f : x \longmapsto (x-3)^2 - (x+3)^2$;
2. $f : x \longmapsto \sqrt{x^2 - 4}$;
3. $f : x \longmapsto \dfrac{|x|}{x^3 - 4x}$.

EX. 10 | Réf. 2642

On considère la fonction $f : x \longmapsto \dfrac{1}{x^2} + \ln\left(x^2\right)$.

1. Déterminer le domaine de définition de f.
2. Étudier la parité de la fonction.

EX. 11 | Réf. 2850

1. Sous réserve que toutes les expressions manipulées aient du sens, montrer que $\cos(x)\cos(2x)\cos(4x) = \dfrac{\sin(8x)}{8\sin(x)}$.
2. Calculer alors $\cos\left(\dfrac{\pi}{7}\right)\cos\left(\dfrac{2\pi}{7}\right)\cos\left(\dfrac{4\pi}{7}\right)$ et $\cos\left(\dfrac{\pi}{9}\right)\cos\left(\dfrac{2\pi}{9}\right)\cos\left(\dfrac{4\pi}{9}\right)$.

EX. 12 | Réf. 2849

1. Montrer que, pour tout $(a, b) \in \mathbb{R}^2$, $\quad 2\sin(a)\cos(b) = \sin(a+b) + \sin(a-b)$.
2. En déduire que $2\sin\left(\dfrac{\pi}{7}\right)\left(\cos\left(\dfrac{\pi}{7}\right) + \cos\left(\dfrac{3\pi}{7}\right) + \cos\left(\dfrac{5\pi}{7}\right)\right) = \sin\left(\dfrac{6\pi}{7}\right)$.

EX. 13 | Réf. 2851

Exprimer en fonction de $\cos(2x)$ et $\sin(2x)$:

1. $\cos^4(x) - \sin^4(x)$;
2. $\cos^4(x) + \sin^4(x)$.

EX. 14 | Réf. 2792

Déterminer les limites éventuelles en 0 et $+\infty$ des fonctions $f_1 : x \longmapsto x\sqrt{1 + (\ln(x))^2}$ et $f_2 : x \longmapsto \dfrac{\ln(x) - 2}{\ln(x) + 2}$.

EX. 15 | Réf. 2795

Déterminer les limites éventuelles en 0 des fonctions :

1. $f_1 : x \longmapsto \dfrac{\ln(1+3x)}{x}$;
2. $f_2 : x \longmapsto \dfrac{\mathrm{e}^{-x^2}-1}{x}$;
3. $f_3 : x \longmapsto \dfrac{\ln(x)-1}{x-\mathrm{e}}$;
4. $f_4 : x \longmapsto \dfrac{\sin\left(\dfrac{x}{2}\right)}{x}$.

EX. 16 | Réf. 2817

Déterminer éventuelle la limite en 1 de la fonction $f : x \longmapsto \dfrac{2x^2-5x+3}{2x^2-x-1}$.

EX. 17 | Réf. 2808

1. Déterminer la limite éventuelle en $+\infty$ de la fonction $f : x \longmapsto \dfrac{\sin(x)}{\mathrm{e}^x}$.
2. Déterminer la limite éventuelle en $-\infty$ de la fonction : $x \longmapsto \dfrac{x^2+5x-3}{x^3-5x^2+9}$.
3. Déterminer la limite éventuelle en 0 de la fonction : $x \longmapsto \dfrac{\mathrm{e}^{\sin(2x)}-1}{x}$.

EX. 18 | Réf. 2812

Soit $f : \left| \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & \dfrac{\sqrt{x^2+1}}{x} \end{array} \right.$.

1. Montrer que : $\forall x \in \mathbb{R}_+^*, \quad x^2 < 1+x^2 < (1+x)^2$.
2. En déduire un encadrement de f sur $\mathbb{R}_+^*$.
3. Déterminer alors la limite en $+\infty$ de f.

EX. 19 | Réf. 2808

1. Déterminer la limite éventuelle en $+\infty$ de la fonction $f : x \longmapsto \dfrac{\sin(x)}{\mathrm{e}^x}$.
2. Déterminer la limite éventuelle en $-\infty$ de la fonction : $x \longmapsto \dfrac{x^2+5x-3}{x^3-5x^2+9}$.
3. Déterminer la limite éventuelle en 0 de la fonction : $x \longmapsto \dfrac{\mathrm{e}^{\sin(2x)}-1}{x}$.

EX. 20 | Réf. 2029

Soit $f : \left| \begin{array}{ccc} [-1;+\infty[& \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & \begin{cases} \dfrac{\sqrt{1+x}-1}{x} & \text{si } x \neq 0 \\ \dfrac{1}{2} & \text{si } x = 0 \end{cases} \end{array} \right.$.

Montrer que f est continue sur son domaine de définition.