

Question de cours - 5 minutes - 2 points

Les énoncés ci-contre pourront vous être demandés explicitement avec toutes leurs hypothèses, avec ou sans démonstration:

- EN01 - Définition 6 - Injection et surjection | Schémas illustratifs inclus
- EN01 - Théorèmes 1 et 2 - Cardinal d'une union et d'une intersection | Cardinal du complémentaire | Schémas illustratifs inclus
- EN01 - Exemple 1 et Théorème 4 - Illustration de $\mathcal{P}(E)$ | Cardinal de $\mathcal{P}(E)$ | Schémas illustratifs inclus
- DEUX formules de trigonométrie issue du chapitre FN02 vous seront systématiquement demandée.

Pratique calculatoire - 15/20 minutes - 8 points

Déterminer l'ensemble de définition d'une fonction

Votre interrogateur vous proposera une expression sous forme d'un quotient faisant en plus intervenir un radical ou un logarithme, éventuellement les deux.

Thématique(s) de la semaine - 30 minutes - 10 points

Un ou plusieurs exercice(s) vous sera(ont) proposé(s) par votre interrogateur tels ceux proposés dans la banque d'exercices ci-après. Ils porteront sur les chapitres et savoir-faire détaillés ci-dessous.

FN01 - Fonctions et représentations graphiques

- Ensemble de définition d'une fonction
- Opérations sur les fonctions
- Image d'un ensemble par une fonction
- Variation d'une fonction
- Fonctions paires, impaires et périodiques
- Fonctions de références

FN02 - Fonctions trigonométriques et expressions trigonométriques

- Cercle trigonométrique, fonctions cosinus et sinus par enroulement de la droite réelle
- Fonction tangente
- Propriétés de périodicité et de symétrie
- Lignes trigonométriques remarquables
- Transformations d'expressions trigonométriques : déphasage de cosinus en sinus et inversement, formule d'additions des arcs, formule de duplication

FN03 - Étude des fonctions trigonométriques

- Fonction cosinus
- Fonction sinus

- Fonction tangente

FN04 - Autour d'exponentielle et du logarithme

- Fonction logarithme
- Fonction exponentielle
- Fonction $x \mapsto x^\alpha$

EN01 - Vocabulaire des ensembles et des applications

- Applications, images, antécédents, graphe d'une application
- Image directe et réciproque
- Restriction, identité et composée
- Injection, surjection et bijection
- Caractérisation des fonctions numériques injectives
- Opérations sur les ensembles
- Opérations sur les cardinaux
- Cardinal de $\mathcal{P}(E)$

Exemples de savoir faire à maîtriser

- Manipuler les fonctions trigonométriques et les différentes formules pour transformer une expression
- Utiliser les propriétés opératoires des fonctions puissances, $\sqrt{\bullet}$, \ln et \exp pour simplifier au mieux une expression
- Obtenir le domaine de définition d'une fonction
- Étudier la parité d'une fonction

Programme à venir

Reprise programme

Pour la pratique calculatoire**Exercice [2635] | 1 | Recherche d'ensemble de définition**

Déterminer l'ensemble de définition de la fonction $f : x \mapsto \frac{\sqrt{x+1}}{x^2 - 5x + 6}$.

Sur l'ensemble du programme

Exercice|[2552]| 2| Opérations avec les puissances et les radicaux

- (1). Simplifier $A = 2\sqrt{40} + \sqrt{90} - \sqrt{360}$.
- (2). Simplifier $B = \frac{40^{71} \times (1,25)^{48} \times 10^{-119}}{20^2 \times (5^2 \times 2^3)^4}$.
- (3). Exprimer à l'aide de $\ln(2)$, $\ln(3)$ et $\ln(5)$:
- (a). $C = \ln\left(\frac{480}{54}\right)$;
- (b). $D = \ln\left(\frac{900}{270}\right)$.
- (4). Simplifier $E = \frac{e^{-x+1} \times e^{2x+3}}{e^{-x} \times e^{2x+2}}$.

Exercice|[0472]| 3| Expression

Simplifier au maximum $A = \frac{3}{2} \ln(e) + \ln\left(\left(\frac{1}{\sqrt{e}}\right)^3\right)$

Exercice|[1733]| 4| Propriétés algébriques

Exprimer en fonction de $\ln(3)$, $\ln(2)$ et $\ln(5)$:

- | | | | |
|-----------------|--|------------------|--|
| (1). $\ln(12)$ | (5). $\ln\left(\frac{198}{243}\right)$ | (7). $\ln(15)$ | (11). $\ln\left(\frac{27}{10}\right)$ |
| (2). $\ln(18)$ | (6). $\ln\left(\frac{192}{108}\right)$ | (8). $\ln(24)$ | (12). $\ln\left(\frac{75}{256}\right)$ |
| (3). $\ln(96)$ | (9). $\ln(30)$ | (10). $\ln(120)$ | |
| (4). $\ln(432)$ | | | |

Exercice|[0503]| 5| Expression

Soit $f : x \mapsto \left(\frac{e^x + e^{-x}}{2}\right)^2 - \left(\frac{e^x - e^{-x}}{2}\right)^2$.

Écrire $f(x)$ le plus simplement possible.

Exercice|[2129]| 6| Matrices

Exprimer la matrice suivante comme somme de deux matrices dont les coefficients ne sont pour l'une que des multiples de $\ln(2)$ et de $\ln(3)$ pour l'autre.

$$\begin{pmatrix} \ln(27) & \ln\left(\frac{1}{27}\right) & \ln(6^3) & \ln\left(\frac{1}{3^4}\right) & \ln(48) \\ \ln(3) & \ln\left(\frac{1}{24}\right) & \ln\left(\frac{1}{6}\right) & 6 \ln\left(\frac{4}{9}\right) & \ln(\sqrt{72}) \\ \ln(36) & -\ln(3) & \ln(2) & \ln\left(\frac{81}{36}\right) & \ln(64) \\ \ln\left(\frac{2}{3}\right) & \ln(96) & \ln(2^7 \times 3^4) & \ln\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) & \ln(1) \end{pmatrix}$$

Exercice|[2634]| 7| Recherche d'ensemble de définition

Déterminer le domaine de définition des fonctions f et g où :

$$f : x \mapsto \frac{2x-3}{1+2x} \text{ et } g : x \mapsto \frac{\sqrt{2x-3}}{x-1}$$

Exercice|[2639]| 8| Compositions de fonctions

Soient $f : \begin{cases}]-\infty; 3] \\ x \end{cases} \mapsto \mathbb{R} \begin{cases} \mapsto 2 + \sqrt{3-x} \end{cases}$ et $g : \begin{cases} [2; +\infty[\\ x \end{cases} \mapsto \mathbb{R} \begin{cases} \mapsto -x^2 + 4x - 1 \end{cases}$.

Déterminer $f \circ g$ et $g \circ f$.

Exercice|[2687]| 9| Parité d'une fonction

On considère la fonction $f : x \mapsto \ln\left(\frac{x^2+1}{x^2-1}\right)$.

- (1). Déterminer l'ensemble de définition \mathcal{D}_f de f .
- (2). Étudier la parité de f .

Exercice|[1820]| 10| Fonction logarithme

On considère la fonction f définie par $f(x) = \ln\left(\frac{3+x}{3-x}\right)$.

- (1). Déterminer son domaine de définition.
- (2). f est-elle impaire? Justifier.

Exercice|[1855]| 11| Avec une valeur absolue

On considère la fonction $f : x \mapsto \frac{x^2 - |x|}{|x^2 - 1|}$.

- (1). Déterminer le domaine de définition de la fonction.
- (2). Étudier la parité de f .

Exercice|[2638]| 12| Composition de fonctions

On considère $f : x \mapsto x^2 + 1$ et $g = \ln$. Expliciter la fonction $g \circ f$ et la fonction $f \circ g$, puis en déterminer pour chacune le domaine de définition.

Exercice|[1948]| 13| Fonction paire et impaire

Dans chaque cas, donner le domaine de définition de la fonction f puis en étudier la parité.

- (1). $f : x \mapsto (x - 3)^2 - (x + 3)^2$;
- (2). $f : x \mapsto \sqrt{x^2 - 4}$;
- (3). $f : x \mapsto \frac{|x|}{x^3 - 4x}$.

Exercice|[2642]| 14| Parité d'une fonction

On considère la fonction $f : x \mapsto \frac{1}{x^2} + \ln(x^2)$.

- (1). Déterminer le domaine de définition de f .
- (2). Étudier la parité de la fonction.

Exercice|[2850]| 15| Manipuler les expressions trigonométriques

- (1). Sous réserve que toutes les expressions manipulées aient du sens, montrer que $\cos(x) \cos(2x) \cos(4x) = \frac{\sin(8x)}{8 \sin(x)}$.
- (2). Calculer alors $\cos\left(\frac{\pi}{7}\right) \cos\left(\frac{2\pi}{7}\right) \cos\left(\frac{4\pi}{7}\right)$ et $\cos\left(\frac{\pi}{9}\right) \cos\left(\frac{2\pi}{9}\right) \cos\left(\frac{4\pi}{9}\right)$.

Exercice|[2849]| 16| Manipuler les expressions trigonométriques

- (1). Montrer que, pour tout $(a, b) \in \mathbb{R}^2$, $2 \sin(a) \cos(b) = \sin(a + b) + \sin(a - b)$.
- (2). En déduire que $2 \sin\left(\frac{\pi}{7}\right) \left(\cos\left(\frac{\pi}{7}\right) + \cos\left(\frac{3\pi}{7}\right) + \cos\left(\frac{5\pi}{7}\right)\right) = \sin\left(\frac{6\pi}{7}\right)$.

Exercice|[2851]| 17| Manipuler les expressions trigonométriques

Exprimer en fonction de $\cos(2x)$ et $\sin(2x)$:

- (1). $\cos^4(x) - \sin^4(x)$;
- (2). $\cos^4(x) + \sin^4(x)$.