Question de cours - 5 minutes - 2 points

Les énoncés ci-contre pourront vous être demandés explicitement avec toutes leurs hypothèses, avec ou sans démonstration:

- AN03 - Théorème 3 - Limite d'une suite géométrique
- AN03 - Théorème 5 - Croissances comparées
- AN03 - Théorème 9 - Théorème d'encadrement | Schéma compris
- AN03 - Théorème 10 - Divergence vers $\pm\infty$ par minoration ou majoration | Schéma compris
- AN03 - Théorème 11 - Majoration d'une valeur absolue | Schéma compris
- AN03 - Théorème 12 - Limite d'une suite monotone

Pratique calculatoire - 15/20 minutes - 8 points

Calculs de termes de suites arithmétiques, géométriques, de sommes de termes de telles suites ou retrouver raison et premier termes d'une telle suite.

et

Effectuer un raisonnement par récurrence pour établir l'expression du terme général d'une suite.

Thématique(s) de la semaine - 30 minutes - 10 points

Un ou plusieurs exercice(s) vous sera(ont) proposé(s) par votre interrogateur tels ceux proposés dans la banque d'exercices ci-après.
Ils porteront sur les chapitres et savoir-faire détaillés ci-dessous.

AN01 | Généralités sur les suites réelles

- Reprise programme précédent

AN02 | Suites arithmético-géométrique et suites récurrentes linéaires d'ordre 2

- Terme général d'une suite arithmético-géométrique
- Terme général d'une suite récurrente linéaire d'ordre 2 uniquement cas $\Delta \geq 0$

AN03 | Limites d'une suite et applications

- Notion de convergence et de divergence pour une suite
- Opérations sur les limites
- Croissances comparées et comportement de q^n en $+\infty$
- Convergence et suites extraites d'indices pairs et impairs
- Caractère borné d'une suite convergente et stabilité du signe
- Théorème d'encadrement
- Théorème de la limite monotone
- Suites adjacentes et limite de deux suites adjacentes

Exemples de savoir faire à maîtriser

- Reprise programme précédent
-
- Déterminer le terme général d'une suite arithmético-géométrique
- Déterminer le terme général d'une suite récurrente linéaire d'ordre 2
- Étudier le sens de variation d'une suite
- Montrer que deux suites sont adjacentes
- Étudier la convergence d'une suite arithmético-géométrique
- Calculer la limite d'une suite en mobilisant un théorème d'encadrement
- Établir la convergence d'une suite à l'aide du théorème de la limite monotone

Programme à venir

Calculs de limites avec les suites

Pour la pratique calculatoire

Exercice| [3135] | 1| Suites arithmétiques

$(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ désigne une suite arithmétique de raison r, de premier terme u_0 et $S_n = \sum_{k=0}^{n} u_k$.

(1). On donne $u_0 = -1$ et $r = \frac{1}{4}$. Calculer u_{12} et S_{12}.

(2). On donne $u_3 = 2$ et $r = -3$. Calculer u_0 et S_3.

(3). On donne $u_2 = 10$ et $u_4 = 30$. Calculer u_0 et r.

(4). On donne $r = 2$, $u_2 = 7$ et $S_n = 483$. Calculer u_0 et n.

Exercice| [3136] | 2| Suites géométriques

$(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ désigne une suite géométrique de raison q, de premier terme u_0 et $S_n = \sum_{k=0}^{n} u_k$.

(1). On donne $u_0 = 3$ et $q = 4$. Calculer u_3.

(2). On donne $u_2 = -4$ et $q = 3$. Calculer u_3.

(3). On donne $u_1 = 5$ et $u_2 = 2$. Calculer q.

(4). On donne $u_0 = 1000$ et $u_1 = 1050$. Calculer S_5.

Exercice| [3264] | 3| Terme général d'une suite

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par : $\begin{cases} u_0 = 1 \\ \forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+1} = 2u_n - 3 \end{cases}$
Montrer par récurrence sur l'entier n que : $\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = -2^{n+1} + 3$.

Sur l'ensemble du programme

Exercice| [4205] | 4| Suites récurrentes linéaires d'ordre 2

Déterminer le terme général de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ donnée par :

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_1 = 5 \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+2} = 3u_{n+1} + 4u_n \end{cases}$$

Exercice| [3825] | 5| Suite arithmético-géométrique

Déterminer le terme général de la suite réelle $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par :

$$\begin{cases} u_0 = -2 \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \frac{4}{3}u_n - 1 \end{cases}$$

puis étudier la convergence de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$.

Exercice| [0592] | 6| Sens de variation d'une suite

On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $\begin{cases} u_0 = 0 \\ \forall n \in \mathbb{N}, \ u_{n+1} = \dfrac{2u_n + 1}{u_n + 2} \end{cases}$.

(1). Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n \in [0; 1]$.

(2). En déduire que la suite est croissante.

Exercice| [3270] | 7| Suites numériques

On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $\begin{cases} u_0 = 10 \\ \forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+1} = \dfrac{u_n + 1}{u_n - 1} \end{cases}$.

(1). Montrer que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $\quad u_{n+2} = u_n$.

(2). Déterminer les différents termes de cette suite.

Exercice| [3257] | 8| Suite arithmético-geométrique

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite réelle définie par les relations $\begin{cases} u_0 = 3 \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \dfrac{2}{3}u_n + \dfrac{5}{3} \end{cases}$.

(1). Déterminer les valeurs des 5 premiers termes de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$.
On donnera les résultats sous forme fractionnaire.

(2). On définit la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ par : $\forall n \in \mathbb{N}, \quad v_n = u_n - 5$.

(a). Montrer que la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique dont on identifiera la raison et le premier terme.

(b). Exprimer alors v_n en fonction de n, puis u_n en fonction de n.

(c). En déduire alors la valeur de la limite éventuelle de $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$.

Exercice| [0677] | 9| Suites

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ donnée par : $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_1 = 2 \\ \forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} = \dfrac{1}{2}(u_{n+1} + u_n) \end{cases}$.

(1). Montrer que la suite $(v_n)_{n\geq 1}$ dont le terme général est $v_n = u_n - u_{n-1}$ est une suite géométrique dont on identifiera le premier terme et la raison.

(2). À l'aide de la somme des n premiers termes de la suite $(v_n)_{n\geq 1}$, déterminer l'expression de u_n en fonction de n.

(3). Exprimer alors en fonction de n la somme des $n+1$ premiers termes de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$.

Exercice| [3281] | 10| Sens de variation d'une suite

On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $\begin{cases} u_0 = \dfrac{1}{2} \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = u_n^2 - u_n + 1 \end{cases}$

Étudier le sens de variation de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$.