À noter & À garder en tête

Les éléments développés ci-après ne sont souvent que des indications pour aboutir à la solution, qui détaillent la plupart du temps un cheminement à suivre pour montrer le rèsultat demandé. La plupart des calculs sont laissés aux lecteurs... La mise en forme de certains calculs est faite de sorte à économiser de l'espace et donc du papier, mais il conviendrait de ne pas les écrire en ligne notamment comme cela l'est parfois.

NOM | Prénom

Question de cours

Dans tout ce qui suit f désigne une fonction définie sur I et $(a,b) \in I \times I$ avec $a < b$.

(1). Théorème des valeurs intermédiaires et zéros d'une fonction : Si $f : I \longrightarrow \mathbb{R}$ est une fonction continue sur I telle que $f(a) \neq 0$ et $f(b) \neq 0$ sont de signes opposés, alors il existe $c \in]a;b[$ tel que $f(c) = 0$.

(2). Continuité sur un segment | Théorème des bornes atteintes : Si $f : [a;b] \longrightarrow \mathbb{R}$ est continue sur $[a;b]$, alors f est bornée et atteint ses bornes.

(3). TVI | Version strictement monotone | Cas $f(x) = 0$: Si $f : I \longrightarrow \mathbb{R}$ est une fonction telle que f est continue sur I, strictement monotone sur I et telle que $f(a) \times f(b) < 0$, alors l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution dans l'intervalle $]a;b[$.

(4). Dans cette question f et g désignent deux fonctions dérivables, et sous réserve que tout ait du sens on a :

$$f+g \underset{\text{se dérive en}}{\rightsquigarrow} f'+g' \qquad \lambda f \underset{\text{se dérive en}}{\rightsquigarrow} \lambda f'$$

$$f \times g \underset{\text{se dérive en}}{\rightsquigarrow} f' \times g + f \times g' \qquad g \circ f \underset{\text{se dérive en}}{\rightsquigarrow} f' \times (g' \circ f)$$

$$\frac{1}{f} \underset{\text{se dérive en}}{\rightsquigarrow} -\frac{f'}{f^2} \qquad \frac{f}{g} \underset{\text{se dérive en}}{\rightsquigarrow} \frac{f' \times g - f \times g'}{g^2}$$

(5). Sous réserve que tout ait du sens on a :

$$x^n \underset{\text{se dérive en}}{\rightsquigarrow} nx^{n-1} \qquad \mathrm{e}^{\,x} \underset{\text{se dérive en}}{\rightsquigarrow} \mathrm{e}^{\,x} \qquad x^\alpha \underset{\text{se dérive en}}{\rightsquigarrow} \alpha x^{\alpha-1}$$

$$\ln(x) \underset{\text{se dérive en}}{\rightsquigarrow} \frac{1}{x} \qquad \cos(x) \underset{\text{se dérive en}}{\rightsquigarrow} -\sin(x) \qquad \sin(x) \underset{\text{se dérive en}}{\rightsquigarrow} \cos(x)$$

$$\tan(x) \underset{\text{se dérive en}}{\rightsquigarrow} 1 + \tan^2(x) = \frac{1}{\cos^2(x)} \qquad \arctan(x) \underset{\text{se dérive en}}{\rightsquigarrow} \frac{1}{1+x^2}$$

(6). Dans cette question u désigne une fonction dérivable, et sous réserve que tout ait du sens on a :

$$u^n \underset{\text{se dérive en}}{\rightsquigarrow} u' \times nu^{n-1} \qquad \mathrm{e}^{\,u} \underset{\text{se dérive en}}{\rightsquigarrow} u' \times \mathrm{e}^{\,u} \qquad u^\alpha \underset{\text{se dérive en}}{\rightsquigarrow} u' \times u^{\alpha-1}$$

$$\ln(u) \underset{\text{se dérive en}}{\rightsquigarrow} u' \times \frac{1}{u} \qquad \cos(u) \underset{\text{se dérive en}}{\rightsquigarrow} -u' \times \sin(u) \qquad \sin(u) \underset{\text{se dérive en}}{\rightsquigarrow} u' \times \cos(u)$$

$$\tan(u) \underset{\text{se dérive en}}{\rightsquigarrow} u' \times \left(1 + \tan^2(u)\right) = u' \times \frac{1}{\cos^2(u)} \qquad \arctan(u) \underset{\text{se dérive en}}{\rightsquigarrow} u' \times \frac{1}{1+u^2}$$