Important

On attachera une **grande importance à la rédaction des réponses**, résoudre un exercice de mathématiques ne consiste nullement à produire un enchaînement ou enchevêtrement d'écritures algébriques sans explications ou commentaires. La longueur d'une réponse n'a rien à voir avec la longueur de la question... **On fera donc apparaître tous les résultats et raisonnements intermédiaires qui ont permis d'aboutir à la solution**.

Dans le cas où un(e) étudiant(e) repère ce qui lui semble être une **erreur d'énoncé**, il (elle) le signale très rapidement au **professeur**.

NOM | Prénom

Question de cours

(1). On dit qu'une variable aléatoire réelle X est à densité lorsque sa fonction de répartition F est ☐ sur $\mathbb{R}$ et de ☐ sur $\mathbb{R}$ ☐.

Toute fonction $f : \mathbb{R} \longmapsto$ ☐ qui ne diffère de ☐ qu'en un nombre fini de points est appelé une ☐ de X.

(2). Soit X une variable aléatoire réelle à densité de fonction de répartition F.

Si f est une densité de X, alors pour tout $x \in \mathbb{R}$, $F(x) =$ ☐.

En revenant à la définition d'une fonction de répartition : $\forall x \in \mathbb{R}$, ☐ $= \displaystyle\int_{-\infty}^{x} f(t)\,\mathrm{d}t$.

(3). Soit X une variable aléatoire réelle à densité et f une densité de X. Si l'intégrale ☐, alors on dit que X admet une espérance $\mathbb{E}(X)$ définie par $\mathbb{E}(X) =$ ☐.

(4). Soit X une variable aléatoire réelle à densité admettant une espérance.

Si ☐, alors $\mathbb{E}(X) \geq 0$.

(5). Soient X une variable aléatoire réelle de densité f et $g : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ une fonction continue sur $\mathbb{R}$ sauf éventuellement en un nombre fini de points.

Si l'intégrale ☐, alors la variable aléatoire ☐ admet une espérance et on a $\mathbb{E}(g(x)) =$ ☐.

(6). Si X est une variable aléatoire réelle à densité admettant un moment d'ordre 2 et un écart-type non nul, alors la variable aléatoire $X^* =$ ☐ est ☐ et ☐.

Si f est une densité de X, alors la fonction $f^* : t \longmapsto$ ☐ est une densité de X^*.

Application directe du cours|[1489]**| Fonction de répartion et densité**

On considère la fonction F donnée par : $F : \left| \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & \begin{cases} 0 & \text{si} \quad x < 2 \\ 1 - \dfrac{8}{x^3} & \text{si} \quad x \geq 2 \end{cases} \end{array} \right.$

(1). Vérifier que F définit bien une fonction de répartition d'une variable aléatoire à densité X.

(2). Déterminer ensuite une densité de probabilité de la loi de X.