Important

On attachera une **grande importance à la rédaction des réponses**, résoudre un exercice de mathématiques ne consiste nullement à produire un enchaînement ou enchevêtrement d'écritures algébriques sans explications ou commentaires. La longueur d'une réponse n'a rien à voir avec la longueur de la question... **On fera donc apparaître tous les résultats et raisonnements intermédiaires qui ont permis d'aboutir à la solution**.

Dans le cas où un(e) étudiant(e) repère ce qui lui semble être une **erreur d'énoncé**, il (elle) le signale très rapidement au **professeur**.

NOM | Prénom

Question de cours

(1). Soit $A \in \mathscr{M}_n(\mathbb{R})$ une matrice carrée d'ordre n. On appelle trace de A et on note $\square$ le réel égal à $\square$. Ainsi, pour $A = (a_{i,j})_{1 \leq i,j \leq n}$, on a : $\operatorname{tr}(A) = \square$.

(2). Si $A \in \mathscr{M}_n(\mathbb{R})$ et $B \in \mathscr{M}_n(\mathbb{R})$, alors $\operatorname{tr}(A \times B) = \square$.

(3). Les matrices $A \in \mathscr{M}_n(\mathbb{R})$ et $B \in \mathscr{M}_n(\mathbb{R})$ sont dites semblables lorsqu'il existe $\square$ telle que $\square$.

(4). Si $A \in \mathscr{M}_n(\mathbb{R})$ et $B \in \mathscr{M}_n(\mathbb{R})$ sont semblables alors A et B ont $\square$.

(5). Soit $A \in \mathscr{M}_n(\mathbb{R})$.

On dira que A est symétrique lorsque $\square$.

On dira que A est antisymétrique lorsque $\square$ et lorsque c'est le cas tous les termes $\square$ d'une telle matrice sont $\square$.

(6). Pour tout $A \in \mathscr{M}_{n,p}(\mathbb{R})$ et $B \in \mathscr{M}_{p,q}(\mathbb{R})$ on a ${}^t(A \times B) = \square$.

(7). Soit $A \in \mathscr{M}_n(\mathbb{R})$. Alors $\operatorname{tr}\left({}^tA\right) = \square$.

(8). Si $A \in \mathrm{GL}_n(\mathbb{R})$, alors ${}^tA$ est aussi $\square$ et on a $\left({}^tA\right)^{-1} = \square$.

Application directe du cours | [4812] | Manipuler les propriétés des matrices

Pour chacune des questions suivantes, cochez la bonne réponse :

(1). Le déterminant de la matrice $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ est non nul : : ☐ oui | ☐ non.

L'inverse de la matrice A est alors : :

☐ $A^{-1} = \frac{1}{4}\begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ | ☐ $A^{-1} = \frac{1}{4}\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ | ☐ $A^{-1} = \frac{1}{4}\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$.

(2). La matrice $A \in \mathscr{M}_3(\mathbb{R})$ est telle que $A^2 - 4A - 2\mathrm{I}_3 = (0)$.

La matrice A est inversible : ☐ oui | ☐ non.

L'inverse A^{-1} de la matrice A est alors donné par le calcul :

☐ $A^{-1} = A - 2\mathrm{I}_3$ | ☐ $A^{-1} = \frac{1}{2}A - 2\mathrm{I}_3$ | ☐ $A^{-1} = \frac{1}{2}(A - \mathrm{I}_3)$.

(3). A, B et C sont trois matrices de $\mathscr{M}_n(\mathbb{R})$ telles que $\mathrm{tr}\,(A) = -3$, $\mathrm{tr}\,(B) = -1$ et $\mathrm{tr}\,(C) = 2$.
La trace de la matrice $D = 2A - 6B - 3C$ est alors :

☐ $\mathrm{tr}\,(D) = -4$ | ☐ $\mathrm{tr}\,(D) = -6$ | ☐ $\mathrm{tr}\,(D) = 6$ | ☐ $\mathrm{tr}\,(D) = 2$.

(4). La matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ est symétrique : ☐ oui | ☐ non.

La matrice $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ est antisymétrique : ☐ oui | ☐ non.