Important

On attachera une **grande importance à la rédaction des réponses**, résoudre un exercice de mathématiques ne consiste nullement à produire un enchaînement ou enchevêtrement d'écritures algébriques sans explications ou commentaires. La longueur d'une réponse n'a rien à voir avec la longueur de la question... **On fera donc apparaître tous les résultats et raisonnements intermédiaires qui ont permis d'aboutir à la solution**.

Dans le cas où un(e) étudiant(e) repère ce qui lui semble être une **erreur d'énoncé**, il (elle) le signale très rapidement au **professeur**.

NOM | Prénom

Question de cours

(1). On considère dans cette question une fonction f dont on note $\mathcal{D}_f$ son ensemble de définition.

On dit que $\mathcal{D}_f$ est symétrique par rapport à 0 lorsque : $\boxed{}$

On dit alors que f est impaire lorsque : $\boxed{}$

Lorsque c'est le cas, sa représentation graphique dans un repère orthogonal est symétrique par rapport à $\boxed{}$.

(2). Indiquer pour chacune des fonctions ci-dessous, lesquelles sont paires et lesquelles sont impaires :

$$f_1 : x \longmapsto x^2 | \ f_2 : x \longmapsto x^3 | \ f_3 : x \longmapsto |x| | \ f_4 : x \longmapsto \cos(x) | \ f_5 : x \longmapsto \sin(x) | \ f_6 : x \longmapsto \tan(x)$$

Fonctions paires : $\boxed{}$ **Fonctions impaires :** $\boxed{}$

(3). Les fonctions $x \longmapsto \cos(x)$ et $x \longmapsto \sin(x)$ sont $\boxed{}$−périodiques.

Les fonctions $x \longmapsto \cos(\omega x + \varphi)$ et $x \longmapsto \sin(\omega x + \varphi)$ sont $\boxed{}$−périodiques.

La fonction $x \longmapsto \tan(x)$ est $\boxed{}$−périodique.

(4). Propriétés de symétrie : Pour tout $x \in \mathbb{R}$:

$$\cos(-x) = \boxed{} \quad | \quad \cos(x+\pi) = \boxed{} \quad | \quad \sin(-x) = \boxed{} \quad | \quad \sin(\pi - x) = \boxed{}$$

(5). Transformer un cosinus en sinus et inversément : pour tout $x \in \mathbb{R}$;

$$\sin(x) = \cos\left(\boxed{}\right) = -\cos\left(\boxed{}\right) \quad | \quad \cos(x) = \sin\left(\boxed{}\right) = \sin\left(\boxed{}\right)$$

(6). Pour tout $(a, b) \in \mathbb{R}^2$, on a :

$\sin(a+b) = \boxed{}$ $\cos(a-b) = \boxed{}$

$\sin(2a) = \boxed{}$ $\cos(2a) = \boxed{}$

Application directe du cours|[4796]| Manipuler les formules de trigonométries

Soit $x \in \mathbb{R}$. Simplifier les deux expressions suivantes :

(1). $A(x) = \cos(x) + \cos\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) + \cos\left(x + \frac{4\pi}{3}\right)$

(2). $B(x) = \sin(x) + \sin\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) + \sin\left(x + \frac{4\pi}{3}\right)$