

**Important**

On attachera une **grande importance à la rédaction des réponses**, résoudre un exercice de mathématiques ne consiste nullement à produire un enchaînement ou enchevêtrement d'écritures algébriques sans explications ou commentaires. La longueur d'une réponse n'a rien à voir avec la longueur de la question... **On fera donc apparaître tous les résultats et raisonnements intermédiaires qui ont permis d'aboutir à la solution.**

Dans le cas où un(e) étudiant(e) repère ce qui lui semble être une **erreur d'énoncé**, il (elle) le signale très rapidement au **professeur**.

NOM | Prénom

**Question de cours**

(1). Pour tout nombre complexe  $z$ , le produit  $z \times \bar{z}$  est un nombre .

Pour tout  $z = a + ib \in \mathbb{C}$ , on a  $z \times \bar{z} = \text{input}$ . Par ailleurs :  $\text{input} = a^2 + b^2$ .

Pour tout  $z \in \mathbb{C}$ ,  $\frac{1}{z} = \text{input}$ .

(2). Soit  $(a, b, c) \in \mathbb{R}^* \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}$  un triplet de réels. On considère l'équation  $(\star) : az^2 + bz + c = 0$  d'inconnue le complexe  $z$ . On appelle discriminant de l'équation  $(\star)$  le réel  $\Delta = \text{input}$ .

• Si  $\Delta \text{input}$  alors  $(\star)$  possède deux solutions réelles  $x_1 = \text{input}$  et  $x_2 = \text{input}$ .

• Si  $\Delta \text{input}$  alors  $(\star)$  possède deux solutions complexes  $\text{input}$   
 $z_1 = \text{input}$  et  $z_2 = \text{input}$ .

(3). On dit que la famille  $\mathcal{F} = (u_1, \dots, u_p)$  de  $p$  vecteurs de  $\mathbb{R}^n$  est libre lorsque :

$$\forall \text{input}, \left( \text{input} \right) \Rightarrow \left( \text{input} \right)$$

(4). On note  $A$  la matrice de la famille  $\mathcal{F} = (u_1, \dots, u_p)$  de  $\text{input}$  vecteurs de  $\mathbb{R}^n$ . Les assertions suivantes sont équivalentes :

• La famille de  $\text{input}$  vecteurs  $\mathcal{F}$  est libre ;

• Le système linéaire  $\text{input}$  de matrice  $A$  a pour  $\text{input}$  solution le  $p$ -uplet  $\text{input}$  ;

• Le  $\text{input}$  du système de matrice  $A$  est égal à  $\text{input}$ .

(5). Dans  $\mathbb{R}^n$  toute famille d'au moins  $\text{input}$  vecteurs est  $\text{input}$ .

**Application directe du cours** [4790] | **Forme algébrique d'un complexe**

Donner la forme algébrique des complexes suivants :

**(1).**  $z_1 = (1 - 3i)(-2 + 5i)$

**(2).**  $z_2 = \frac{2 + 3i}{3 + 2i}$

**(3).**  $z_3 = \frac{1 + i}{1 - i} + \frac{2}{1 + i}$