

**Important**

On attachera une **grande importance à la rédaction des réponses**, résoudre un exercice de mathématiques ne consiste nullement à produire un enchaînement ou enchevêtrement d'écritures algébriques sans explications ou commentaires. La longueur d'une réponse n'a rien à voir avec la longueur de la question... **On fera donc apparaître tous les résultats et raisonnements intermédiaires qui ont permis d'aboutir à la solution.**

Dans le cas où un(e) étudiant(e) repère ce qui lui semble être une **erreur d'énoncé**, il (elle) le signale très rapidement au **professeur**.

NOM | Prénom

Question de cours

Dans tout ce qui suit, on fera référence à une expérience aléatoire dont on note $(\Omega, \mathcal{E}, \mathbb{P})$ l'espace probabilisé associé, et où l'on supposera que Ω est fini avec $\Omega = \{\omega_1, \dots, \omega_n\}$.

- (1). Soit X un variable aléatoire réelle finie sur Ω . On appelle fonction de répartition de X , la fonction F définie par :

$$\forall x \in \mathbb{R}, \quad \boxed{\phantom{F(x) = \sum_{\omega \leq x} \mathbb{P}(X = \omega)}}.$$

- (2). Si $\boxed{\phantom{\mathbb{E}(X)}}$ admet une espérance, alors X admet une variance, et dans ce cas : $\mathbb{V}(X) = \boxed{\phantom{\mathbb{E}(X^2) - (\mathbb{E}(X))^2}}$.

Formule de Huygens

- (3). Si X est une variable aléatoire admettant une variance, alors pour tout $(a, b) \in \mathbb{R}^2$, $aX + b$ admet une variance

$$\text{et on a } \mathbb{V}(aX + b) = \boxed{\phantom{a^2 \mathbb{V}(X)}}.$$

Bilinéarité

- (4). Si X suit la loi uniforme sur $\llbracket 1; n \rrbracket$, alors $\mathbb{E}(X) = \boxed{\phantom{\frac{n+1}{2}}}$ et $\mathbb{V}(X) = \boxed{\phantom{\frac{n^2-1}{12}}}$.

- (5). Si X suit la loi de Bernoulli de paramètre p , alors $\mathbb{E}(X) = \boxed{}$ et $\mathbb{V}(X) = \boxed{}$.

Application directe du cours [4757] | Utiliser les formules pour les lois usuelles

- (1). Dans cette question, on suppose que X est une variable aléatoire qui suit la loi binomiale $\mathcal{B}\left(12; \frac{1}{4}\right)$.

Donner $\mathbb{E}(X)$ et $\mathbb{V}(X)$.

- (2). Dans cette question, on suppose que X est une variable aléatoire qui suit la loi binomiale $\mathcal{B}\left(6; \frac{1}{3}\right)$.

(a). Calculer $\mathbb{P}(\{X = 3\})$.

(b). Calculer $\mathbb{P}(\{X \leq 1\})$.

On simplifiera au mieux le résultat.