À noter & À garder en tête

Les éléments développés ci-après ne sont souvent que des indications pour aboutir à la solution, qui détaillent la plupart du temps un cheminement à suivre pour montrer le rèsultat demandé. La plupart des calculs sont laissés aux lecteurs... La mise en forme de certains calculs est faite de sorte à économiser de l'espace et donc du papier, mais il conviendrait de ne pas les écrire en ligne notamment comme cela l'est parfois.

NOM | Prénom

Question de cours

Dans tout ce qui suit, $(u_k)_{k\in\mathbb{N}}$ désignera une suite de nombres réels.

(1). $\forall n \in \mathbb{N}^*, \displaystyle\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$.

(2). $\forall q \neq 1, \forall n \in \mathbb{N}, \displaystyle\sum_{k=0}^{n} q^k = \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$.

(3). Les coefficients binomiaux sont les entiers naturels définis par : $\displaystyle\binom{n}{p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$ si $0 \leq p \leq n$ et 0 sinon

(4). Formule du triangle de Pascal : $\displaystyle\binom{n+1}{p+1} = \binom{n}{p+1} + \binom{n}{p}$

(5). Pour tous réels a et b : $\displaystyle(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^{n-k} b^k$

Application directe du cours| [4761] | Utiliser le binôme de Newton

(1). Compléter le triangle de Pascal jusqu'à la ligne $n = 6$.

(2). Donner à l'aide de la formule du binôme de Newton le développement de $(2x-1)^6$, puis réduire l'expression obtenue.

n \ p	0	1	2	3	4	5	6
0							
1							
2							
3							
4							
5							
6							

Éléments de correction

(1). En utilisant la formule de Pascal :

n \ p	0	1	2	3	4	5	6
0	1						
1	1	1					
2	1	2	1				
3	1	3	3	1			
4	1	4	6	4	1		
5	1	5	10	10	5	1	
6	1	6	15	20	15	5	1

(2). On trouve en utilisant le binôme de Newton que : $(2x-1)^6 = 64x^6 - 192x^5 + 240x^4 - 160x^3 + 60x^2 - 12x + 1$