Consignes générales | Important

On attachera une **grande importance à la rédaction des réponses**, résoudre un exercice de mathématiques ne consiste nullement à produire un enchaînement ou enchevêtrement d'écritures algébriques sans explications ou commentaires. La longueur d'une réponse n'a rien à voir avec la longueur de la question. . . **On fera donc apparaître tous les résultats et raisonnements intermédiaires qui ont permis d'aboutir à la solution**.

Dans le cas où un(e) étudiant(e) repère ce qui lui semble être une **erreur d'énoncé**, il (elle) le signale très rapidement au **professeur**.

Un peu de technique

EX. 1 | Réf. 2015

Le plan est muni d'un repère orthogonal $\left(O\,;\,\overrightarrow{i},\overrightarrow{j}\right)$, dont on ajustera les unités graphiques en fonction des éléments à construire.
Les **questions (1)**, **(2)** et **(3)** sont indépendantes. Il est donc demandé d'utiliser pour chacune d'entre elle, un nouveau repère et **vous justifierez vos constructions**.

1. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = |2x+1| + |-x+2|$.
   - **a.** Construire en rouge la représentation graphique $\mathcal{C}_f$ de la fonction f.
   - **b.** En déduire la représentation graphique $\mathcal{C}_g$ (en bleu) et $\mathcal{C}_h$ (en vert) des fonctions g et h définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = f(x+1)$ et $h(x) = f(x) - 2$.

2. Soit k la fonction périodique de période $T = 2$ telle que, pour tout $x \in [-2;0]$, $k(x) = \begin{cases} -2x-3 \text{ si } x \in [-2;-1] \\ 2x+1 \text{ si } x \in \,]-1;0] \end{cases}$.
   - **a.** Construire en rouge la courbe représentative $\mathcal{C}_k$ de k sur l'intervalle $[-2;0]$.
   - **b.** Compléter ce tracé en bleu de sorte à obtenir la représentation graphique de $\mathcal{C}_k$ sur l'intervalle $[-8;6]$.

3. Soit ℓ la fonction périodique de période $T = 2$ telle que : $\begin{cases} \ell \text{ est une fonction impaire} \\ \forall x \in [0;1]\,,\quad \ell(x) = -4x(x-1) \end{cases}$.
   - **a.** Dresser le tableau de variation de la fonction $j : \left| \begin{array}{ccc} [0;1] & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & -4x(x-1) \end{array} \right.$, puis en construire en rouge la représentation graphique $\mathcal{C}_j$ sur $[0;1]$.
   - **b.** En déduire, en bleu, la représentation graphique $\mathcal{C}_\ell$ de ℓ sur l'intervalle $[-6;8]$.

Mobiliser l'ensemble de ses connaissances

EX. 2 | Réf. 1700

On considère le schéma suivant où la petite poulie « poulie menante » entraîne l'autre poulie par l'intermédiaire d'une courroie.
On démontre que l'intensité de la tension $\overrightarrow{T}$ dans le brin menant se calcule par la formule :

$$T = F\frac{\mathrm{e}^{k\alpha}}{\mathrm{e}^{k\alpha}-1}$$

où :

- F est l'intensité de la force tangentielle sur la poulie menante exprimée en déca Newtons (daN) ;
- k est le coefficient de frottement de la courroie sur la jante ;
- α est la mesure en radians de l'arc de contact de la courroie sur la petite poulie.

On suppose dans la suite que $F = 10$daN et $k = 0,25$. En posant $x = k\alpha$, l'étude de T en fonction de α mène à l'étude de la fonction f donnée par $f(x) = 10\dfrac{\mathrm{e}^{x}}{\mathrm{e}^{x}-1}$.

1.
   - **a.** Étudier les variations de la fonction f sur $\mathbb{R}_+^*$, et calculer les limites de f aux bornes de cet ensemble d'étude.
   - **b.** Construire la courbe représentative $\mathcal{C}$ de f dans un repère orthogonal $\left(O\,;\,\overrightarrow{i},\overrightarrow{j}\right)$ d'unités graphiques 10 cm en abscisses et 0,5 cm sur l'axe des ordonnées.
     Mettre en évidence les deux droites asymptotes de cette courbe.

2. Calculer la valeur de T lorsque $\alpha = 3$ rad (soit environ 172°) puis lorsque $\alpha = 2,8$ rad (soit environ 160°). Arrondir au centième.

3. Mettre en évidence ces valeurs sur le graphique. En déduire dans quel intervalle varie T lorsque α varie entre 2,8 rad et 3 rad.