Consignes générales | Important

On attachera une **grande importance à la rédaction des réponses**, résoudre un exercice de mathématiques ne consiste nullement à produire un enchaînement ou enchevêtrement d'écritures algébriques sans explications ou commentaires. La longueur d'une réponse n'a rien à voir avec la longueur de la question... **On fera donc apparaître tous les résultats et raisonnements intermédiaires qui ont permis d'aboutir à la solution**.

Dans le cas où un(e) étudiant(e) repère ce qui lui semble être une **erreur d'énoncé**, il (elle) le signale très rapidement au **professeur**.

Un peu de technique

EX. 1 | Réf. 2002

1. Résoudre les deux équations suivantes :

a. $\cos(3x) = \dfrac{1}{2}$; **b.** $\sin\left(2x - \dfrac{\pi}{4}\right) = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

2. On se propose de résoudre l'équation (E) : $\sin(x) + \cos(x) = -\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$.

a. Vérifier que, pour tout $x \in \mathbb{R}$: $\sqrt{2}\cos\left(x - \dfrac{\pi}{4}\right) = \cos(x) + \sin(x)$.

b. Montrer alors que : $(E) \Leftrightarrow \cos\left(x - \dfrac{\pi}{4}\right) = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

c. En déduire la résolution de (E).

3. Soient x et y deux réels de l'intervalle $\left[0; \dfrac{\pi}{2}\right]$ tels que $\cos(x) = \dfrac{3}{5}$ et $\cos(y) = \dfrac{1}{3}$.
Calculer $\sin(2x - y)$.

Mobiliser l'ensemble de ses connaissances

EX. 2 | Réf. 2291

1. Soit $h : x \longmapsto x + \sqrt{x^2 + 1}$.

a. Quel est le domaine de définition $\mathcal{D}_h$ de h ?

b. Calculer $h'(x)$ pour tout $x \in \mathcal{D}_h$.

c. Étudier le signe de $h'(x)$ sur $\mathcal{D}_h$ et en déduire les variations de h sur $\mathcal{D}_h$.

d. Étudier les limites de h aux bornes de $\mathcal{D}_h$.

e. En déduire le signe de h sur $\mathcal{D}_h$.

2. Soit $f : x \longmapsto \ln\left(x + \sqrt{x^2 + 1}\right)$.

a. Quel est le domaine de définition $\mathcal{D}_f$ de f ?

b. Étudier la parité de f.

3. Soit $g : x \longmapsto \ln\left(x + \sqrt{x^2 + 4}\right)$. On admet que $\mathcal{D}_g = \mathbb{R}$.

a. Démontrer que : $\forall x \in \mathbb{R}, \quad g(2x) = f(x) + \ln(2)$.

b. Démontrer que dans un repère orthonormé $\left(O ; \vec{i}, \vec{j}\right)$ du plan, le point $K(0, \ln(2))$ est un centre de symétrie de la courbe représentative de g.